

## L'algoritmo delle password

*Questo quesito vi consentirà di scoprire la password con cui accedere al computer!*

Il vostro nome utente è: .

### Insiemi e prodotti

- Determinate i 5 numeri *primi* più piccoli che siano *maggiori* del numero della squadra: se il numero fosse, per esempio, 60, si dovrebbero scegliere 61, 67, 71, 73, 79.
- Considerate 6 elementi, a ciascuno dei quali dovrete attribuire un "peso". Un elemento avrà come peso il numero della vostra squadra, gli altri elementi hanno come pesi i numeri primi che avete determinato.
- Considerate l'insieme di questi 6 elementi e i sottoinsiemi di tale insieme.
- Ogni insieme di elementi ha come peso il *prodotto* dei pesi degli elementi che lo compongono.
- Determinate i due sottoinsiemi *disgiunti*,  $A$  e  $B$ , tali che il *prodotto* dei loro due pesi:  $\text{peso}(A) \times \text{peso}(B)$  sia *massimo* e la *differenza* dei loro pesi sia *minima* (in valore assoluto: se supponiamo  $\text{peso}(A) > \text{peso}(B)$ , allora differenza =  $\text{peso}(A) - \text{peso}(B)$ ).
- La password è esattamente il peso di quello dei due sottoinsiemi determinati al punto precedente che contiene l'elemento di peso minimo, ossia l'elemento di peso pari al numero della vostra squadra.

Quindi la vostra password è:

### Soluzione

Supponiamo che il numero della squadra sia 45. I pesi sarebbero in tal caso  $\{45, 47, 53, 59, 61, 67\}$ .

Il prodotto dei pesi è massimo se prendiamo *tutti* gli elementi. Ora,  $45 \times 47 \times 53 \times 59 \times 61 \times 67 = 27.029.803.635$  (utile una calcolatrice, quella del PC stesso, per esempio). Il problema è partizionare l'insieme totale in due sottoinsiemi con la differenza minima. Poiché la radice quadrata del prodotto è circa 164.407, si tratta di avvicinarsi a questo valore. Più tentativi non dovrebbero eventualmente essere un problema.

Per esempio, con qualche tentativo si trova  $45 \times 53 \times 67 = 159.795$ , che è piuttosto vicino alla radice. Purtroppo non è la password corretta, mentre  $45 \times 59 \times 61 = 161.955$  funziona.

Numeri di squadra diversi producono password diverse perché la password include tra i fattori il numero della squadra.

*Appena riuscite a trovare la vostra password, andate al banco della giuria per ritirare la busta con gli altri quesiti. Attenzione: dopo tre tentativi sbagliati o allo scadere di 15 minuti, la squadra riceverà la password e la busta dei quesiti (allo scadere del tempo) con la penalizzazione di 5 punti.*