

## La macchina di Alan Turing

Alan M. Turing è uno dei padri fondatori dell'informatica moderna: nacque il 23 giugno 1912, perciò quest'anno si festeggia il centenario della sua nascita. In suo onore si intitola il piú prestigioso premio alle scoperte informatiche, il *Turing Award*. Uno dei suoi contributi fondamentali è la proposta di una macchina ideale, la *Macchina di Turing*, inventata per chiarire la nozione di *computabilità*, per cercare cioè di rispondere alla domanda: "cosa significa descrivere una elaborazione simbolica senza ambiguità"?

Il funzionamento della Macchina di Turing si basa su pochi concetti.

- Innanzitutto la macchina è dotata di un nastro composto da infinite caselle — ciascuna capace di ospitare una lettera; il nastro può scorrere verso destra o verso sinistra di una casella alla volta.
- Vi è poi un dispositivo, chiamato testina, in grado di leggere la lettera presente nella casella sulla quale è posizionato, e di sostituirla con una nuova lettera.
- In ogni momento la macchina si trova in un stato (inizialmente 0).
- Il funzionamento della macchina è dettato da un programma, ovvero un catalogo di mosse; ciascuna mossa determina, a partire dallo stato in cui si trova la macchina e dal simbolo letto dalla testina, qual è il prossimo stato in cui si troverà la macchina, come sostituire il simbolo letto, e in che direzione far eventualmente scorrere il nastro.

Piú precisamente, una mossa è della forma

$$(S1, x) > (S2, y, a)$$

dove  $S1$  e  $S2$  sono stati,  $x$  e  $y$  sono lettere, e  $a$  può valere  $s$ ,  $d$ , oppure  $-$ ; la componente  $a$  descrive il movimento del nastro:  $s$  significa *a sinistra*,  $d$  significa *a destra*,  $-$  significa *nessun movimento*. Il significato di questa mossa è il seguente: "Se la macchina è nello stato  $S1$  e la testina legge la lettera  $x$ , si passi nello stato  $S2$ , si scriva la lettera  $y$  al posto di  $x$  e si muova il nastro di una casella nella direzione indicata da  $a$ ".

Una volta avviata, la macchina continua l'esecuzione del programma fintanto che esiste una mossa che riporta come primo elemento lo stato attuale della macchina e come secondo la lettera letta dalla testina. Se non c'è una mossa di questo tipo, la macchina si ferma.

Valgono le seguenti regole per l'inserimento di un programma:

- Ogni mossa va scritta su di una sola riga
- I nomi degli stati ( $S1$  e  $S2$ ) possono essere composti solo dai caratteri  
ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ0123456789.
- Le lettere che vengono lette e scritte sul nastro ( $x$  e  $y$ ) possono essere solo  
ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ;  
la casella vuota si indica con il simbolo  $*$ .
- Le azioni ( $a$ ) sono uno dei caratteri  $d$ ,  $s$ ,  $-$ .

Per esempio: l'istruzione  $(0, *) > (1, C, s)$  significa: "Se la macchina è nello stato 0 e la testina legge una casella vuota, si passi nello stato 1, si scriva la lettera "C" e si muova il nastro di una casella verso sinistra".

## Esempio di esecuzione di un programma con la Macchina di Turing

Seguiamo passo passo l'esecuzione del programma che segue con la Macchina di Turing.

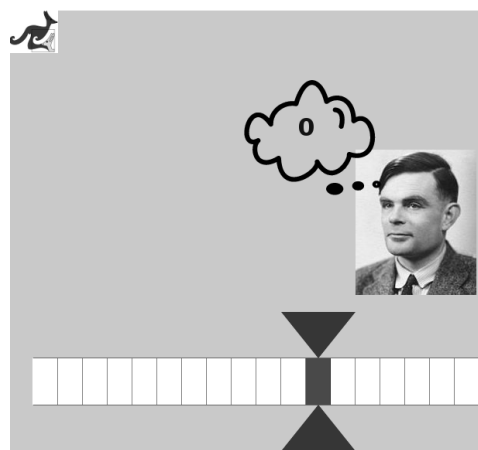
$(0, *) > (1, C, s)$

$(1, *) > (2, I, s)$

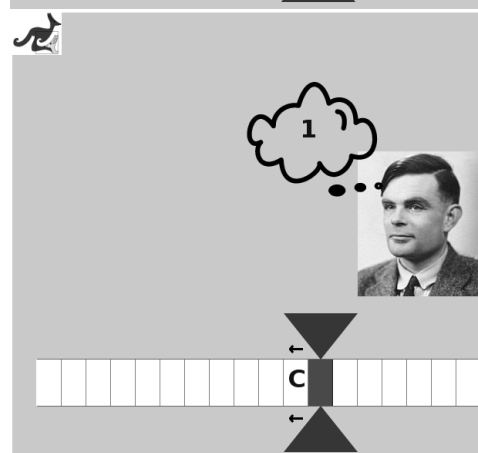
$(2, *) > (3, A, s)$

$(3, *) > (4, 0, s)$

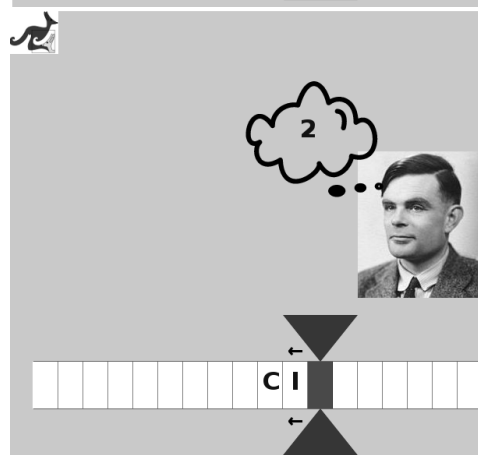
La situazione iniziale, con nastro vuoto è la seguente:



A questo punto — essendo la macchina nello stato 0 e la casella letta dalla testina vuota — l'unica mossa applicabile è  $(0, *) > (1, C, s)$ , che cambia lo stato della macchina in 1, scrive sul nastro C e sposta il nastro a sinistra di una casella.



A questo punto — essendo la macchina nello stato 1 e la casella letta dalla testina vuota — l'unica mossa applicabile è  $(1, *) > (2, I, s)$ , che cambia lo stato della macchina in 2, scrive sul nastro I e sposta il nastro a sinistra di una casella.



A questo punto — essendo la macchina nello stato 2 e la casella letta dalla testina vuota — l'unica mossa applicabile è  $(2,*) \rightarrow (3,A,s)$ , che cambia lo stato della macchina in 3, scrive sul nastro A e sposta il nastro a sinistra di una casella.



A questo punto — essendo la macchina nello stato 3 e la casella letta dalla testina vuota — l'unica mossa applicabile è  $(3,*) \rightarrow (4,0,s)$ , che cambia lo stato della macchina in 4, scrive sul nastro 0 e sposta il nastro a sinistra di una casella.



A questo punto non c'è più alcuna mossa che risulti applicabile e l'esecuzione del programma termina.

Si noti che qualora inizialmente la testina fosse posizionata su di una casella contenente una lettera, il programma non avrebbe potuto essere eseguito, perché non c'è alcuna mossa attivabile nello stato 0 e testina che legge una casella diversa dalla casella vuota.

