Kangourou dell'Informatica 2011
Testi, soluzioni e commenti

Violetta Lonati - Mattia Monga - Anna Morpurgo
Nicola Rebagliati - Lorenzo Repetto - Mauro Torelli

In collaborazione con:

Dip. di Scienze dell'Informazione e Dip. di Informatica e Comunicazione
Università degli Studi di Milano

Dip. di Informatica e Scienze dell'Informazione
Università degli Studi di Genova

In copertina: *Tobia Ravà, 1016 Rav Rabbit 2007*

© 2011 — **Edizioni Kangourou Italia**
Via Cavallotti 153 — 20052 Monza
P.IVA: 02966820967 C.F: LSSNGL49D29F704W
Tutti i diritti riservati. ISBN: 978-88-89249-23-9

Sito: `http://www.kangourou.it`
E-mail: `informatica@kangourou.it`
Telefono: 346 77 45 077
Fax: 039 971 69 73

In questo libretto sono illustrati i quesiti proposti nella terza edizione del Kangourou dell'Informatica, fase eliminatoria, che si è svolta il 14 marzo 2011. Il software con il quale i quesiti sono stati presentati ai concorrenti è scaricabile dal sito `http://kangourou.dsi.unimi.it/`. La gara ha impegnato squadre di quattro persone. Il tempo a disposizione era un'ora e durante la competizione era consentito servirsi di libri, appunti, ricerche in rete.

La gara era suddivisa in due categorie: "Medie" per gli studenti della scuola secondaria di primo grado e "Biennio" per gli studenti delle classi prima e seconda della scuola secondaria di secondo grado.

Il libretto, che fa seguito alle analoghe iniziative degli anni scorsi, si rivolge sia agli alunni, che abbiano o no partecipato alla gara, sia agli insegnanti, nell'intento di proporre qualche approfondimento e di rinnovare l'interesse e il divertimento suscitati dai quesiti e dalla gara.

I quesiti, cosí come riportati nelle due categorie di gara, sono presentati nella prima parte. Nella seconda sono raccolte le soluzioni e alcuni suggerimenti su come ottenerle, un cenno al contesto in cui il quesito può essere inquadrato nell'ambito dell'informatica, alcuni approfondimenti; vengono anche individuate delle parole chiave che possono essere utili per ricerche in rete o per trovare connessioni tra i diversi quesiti proposti.

Naturalmente lo scopo ultimo è promuovere l'informatica come disciplina scientifica.

Quesiti per la categoria “Medie”

1. Codice segreto: testo a pagina 5, soluzione a pagina 28.
2. Squadre di calcio: testo a pagina 6, soluzione a pagina 34.
3. Gioco della ripetizione: testo a pagina 7, soluzione a pagina 38.
4. Carte di credito: testo a pagina 8, soluzione a pagina 31.
5. I circuiti misteriosi:, testo a pagina 9, soluzione a pagina 40.
6. Geomag: testo a pagina 10, soluzione a pagina 42.
7. Gatti e computer: testo a pagina 11, soluzione a pagina 44.
8. Il labirinto di Kangouria: testo a pagina 12, soluzione a pagina 50.
9. Cronologia: testo a pagina 13, soluzione a pagina 47.
10. I cavalieri della Tavola Rotonda: testo a pagina 14, soluzione a pagina 52.

Quesiti per la categoria “Biennio”

1. Codice segreto: testo a pagina 16, soluzione a pagina 28.
2. Gioco della ripetizione: testo a pagina 17, soluzione a pagina 38.
3. Comunità online: testo a pagina 18, soluzione a pagina 54.
4. Geomag: testo a pagina 19, soluzione a pagina 42.
5. Parola d’ordine: testo a pagina 20, soluzione a pagina 56.
6. Cronologia: testo a pagina 21, soluzione a pagina 47.
7. I circuiti misteriosi: testo a pagina 22, soluzione a pagina 40.
8. I cavalieri della Tavola Rotonda: testo a pagina 23, soluzione a pagina 52.
9. Il labirinto di Kangouria: testo a pagina 24, soluzione a pagina 50.
10. Gatti e computer: testo a pagina 25, soluzione a pagina 44.
11. Squadre di calcio: testo a pagina 26, soluzione a pagina 34.

Quesiti per la categoria "Medie"

Codice segreto (3 punti)

Sapendo che la frase

```
Viva il Kangourou dell'Informatica!
```

viene cifrata in

```
Vv lKnorudl'nomtc!iai aguo elIfraia
```

cifrate allo stesso modo la frase che segue:

```
Sempre caro mi fu quest'ermo colle,
```

Squadre di calcio (3 punti)

Il piccolo Riccardo ha raccolto i nomi delle squadre di calcio che hanno partecipato ad almeno uno dei campionati passati e li ha messi nella lista "SquadreVecchie".
Poi ha messo nella lista "Squadre2011" l'elenco delle squadre partecipanti al campionato 2011.

Ora Riccardo vorrebbe sapere quali sono le squadre che partecipano per la prima volta, usando tre programmi di cui dispone il suo PC:

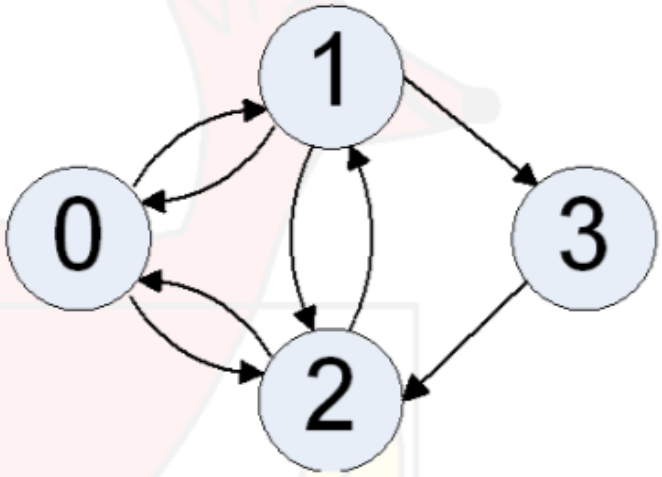
- un programma che attacca due o più liste una dopo l'altra;
- un programma che elenca gli elementi ripetuti in una lista;
- un programma che elenca gli elementi unici in una lista.

Ogni volta che un programma è eseguito, produce come risultato una nuova lista, senza modificare quella o quelle su cui ha operato.
In che modo Riccardo può utilizzare i programmi per ottenere il risultato voluto?

- ◯ E' impossibile
- ◯ Attacca "Squadre2011" e "SquadreVecchie"; trova nel risultato gli elementi ripetuti; li attacca a "Squadre2011"; elenca gli elementi unici di questa nuova lista
- ◯ Attacca "Squadre2011" e "SquadreVecchie"; trova nel risultato gli elementi ripetuti; li attacca a "SquadreVecchie"; elenca gli elementi ripetuti di questa nuova lista
- ◯ Attacca "Squadre2011" e "SquadreVecchie"; trova nel risultato gli elementi ripetuti; li attacca a "SquadreVecchie"; elenca gli elementi unici di questa nuova lista
- ◯ Attacca "Squadre2011" e "SquadreVecchie"; trova nel risultato gli elementi unici; li attacca a "SquadreVecchie"; elenca gli elementi unici di questa nuova lista

Gioco della ripetizione (3 punti)

Questo gioco ha come tavoliere una mappa con quattro "postazioni" numerate da 0 a 3, collegate da alcuni "passaggi", percorribili soltanto nel verso della freccia.



All'inizio del gioco, un gettone viene messo nella postazione 0. Due giocatori, Primo e Secondo, muovono il gettone alternandosi: ad ogni mossa, il giocatore di turno deve spostare il gettone in una delle postazioni direttamente raggiungibili tramite un solo passaggio. Vince chi percorre per primo un passaggio già percorso in precedenza (dall'uno o dall'altro dei due giocatori).
Supponendo che Primo inizi il gioco e che si svolga una partita senza errori, quale delle seguenti affermazioni è vera?

○	Vince Primo spostando il gettone in 1.
○	La partita finisce senza alcun vincitore.
○	Vince Primo spostando il gettone in 2.
○	Vince Primo spostando il gettone in 3.
○	Vince Secondo ovunque Primo sposti il gettone.

Carte di credito (max 4 punti)

Il dottor Kang vuole acquistare dei libri on-line usando le sue carte di credito, ma purtroppo si è dimenticato gli occhiali a casa e non riesce a leggere bene i codici a 16 cifre di ognuna di esse. Fortunatamente, i siti per gli acquisti on-line sono in grado di individuare buona parte degli errori di inserimento, sfruttando il seguente algoritmo.

A. Calcolare la somma di tutte le cifre del codice aventi posizione pari.
B. Moltiplicare per 2 ogni cifra in posizione dispari.
   Laddove la moltiplicazione ha dato un risultato a due cifre,
   sommare le due cifre per ottenerne una sola (es. da 18 si ottiene 1+8 = 9).
   Sommare le cifre così ottenute.
C. Sommare i risultati ottenuti ai punti A e B.

Se la somma ottenuta al punto C e` divisibile per 10, allora il codice è ritenuto valido, altrimenti è rifiutato.

Ad esempio, eseguiamo l'algoritmo sul codice

```
.+.+.+.+.+.+.+.+
2323200577663554
```

```
A. 3 + 3 + 0 + 5 + 7 + 6 + 5 + 4 = 33
B. 2 x 2 = 4; 2 x 2 = 4; 2 x 2 = 4; 0 x 2 = 0; 7 x 2 = 14; 6 x 2 = 12; 3 x 2 = 6; 5 x 2 = 10
   14 -> 1 + 4 = 5; 12 -> 1 + 2 = 3; 10 -> 1 + 0 = 1
   4 + 4 + 4 + 0 + 5 + 3 + 6 + 1 = 27
C. 33 + 27 = 60
```

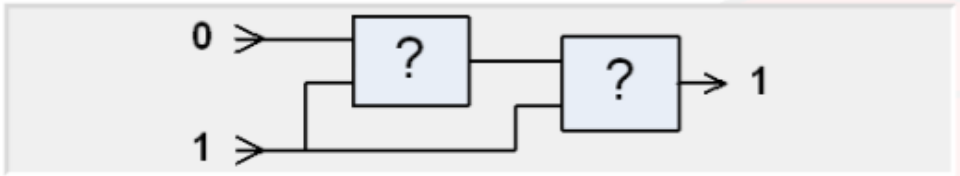
Poiché 60 è divisibile per 10, il codice viene considerato valido.
Quali di questi codici verranno rifiutati dal sistema e quali invece accettati?

4233 0000 0000 5968	Accettato	Rifiutato	0000 5512 1909 0000	Accettato	Rifiutato
2433 0000 9568 0000	Accettato	Rifiutato	0000 5521 0000 1990	Accettato	Rifiutato

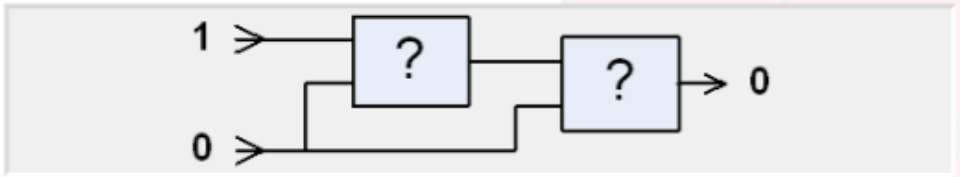
I circuiti misteriosi (max 4 punti)

I circuiti elettronici contengono "porte logiche" di vari tipi, per esempio le porte AND ("e"), le porte OR ("oppure") e le porte XOR (OR "esclusivo"). L'uscita di una porta AND è 1 se e solo se entrambi gli ingressi sono 1, l'uscita di una porta OR è 0 se e solo se entrambi gli ingressi sono 0 e infine l'uscita di una porta XOR è 1 se e solo se gli ingressi sono diversi.

In ognuno dei circuiti seguenti le porte devono essere tutte dello stesso tipo. Quale?



○ AND ○ OR ○ XOR



○ AND ○ OR ○ XOR

○ AND ○ OR ○ XOR

Geomag (max 5 punti)

Gli allievi del dottor Kang si sfidano in un gioco di intelligenza. Compongono con il Geomag la costruzione di figura 1.
Lo scopo del gioco è ottenere tre quadrati come in figura 2 utilizzando i bastoncini e le biglie a disposizione. Vince chi compie il minor numero di mosse, contando come mossa ogni bastoncino spostato. Lo spostamento delle biglie non conta invece come mossa.

Meno modifiche farete più punti otterrete!

Figura 1

Mossa	Bastoncino da spostare	In modo che colleghi	
		La biglia	Alla biglia
1			
2			
3			
4			
5			
6			

Figura 2

Gatti e computer (max 5 punti)

Nella nostra scuola, chi ha un gatto possiede anche un computer.[1]

Supponiamo che questa affermazione sia vera, e che quindi costituisca un dato di fatto.
Leggete attentamente le affermazioni che seguono e scegliete:

- VERO - per le affermazioni che ritenete siano una conseguenza del fatto descritto sopra,
- FALSO - se l'affermazione lo contraddice,
- POSSIBILE - se l'affermazione può essere tanto vera quanto falsa
  (ossia: non è necessariamente vera, né contraddice il fatto da cui partiamo).

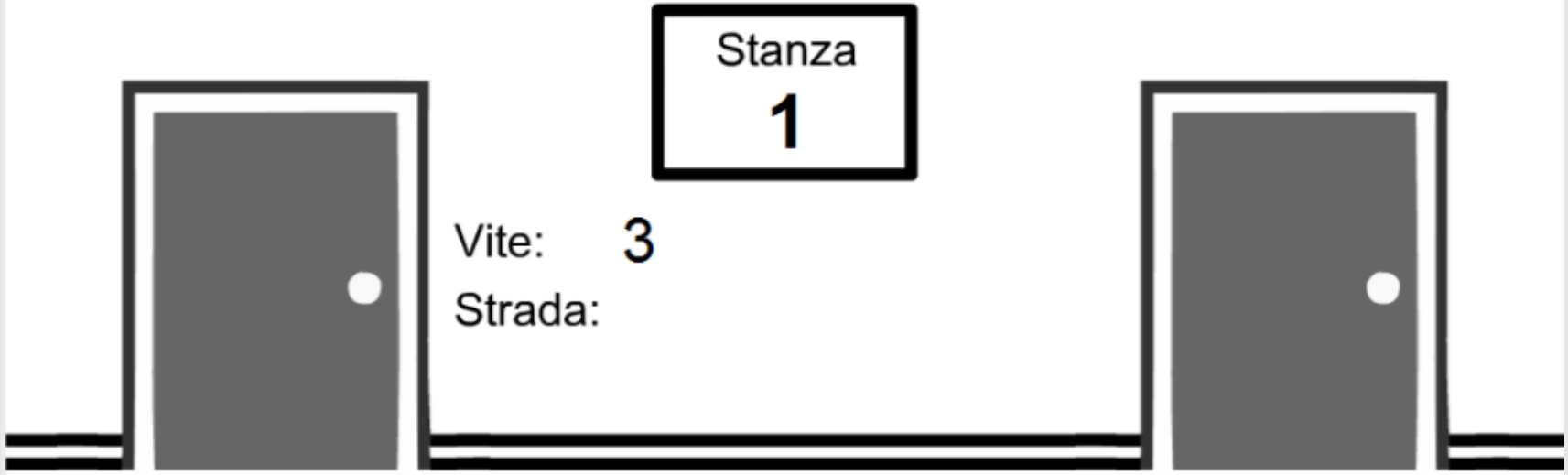
[1] Nota: nel quesito, l'articolo indeterminativo "un" non significa "esattamente uno" ma "almeno uno"!

Nella nostra scuola, chi possiede un computer ha anche un gatto.	VERO	FALSO	POSSIBILE
Nella nostra scuola, chi non ha un computer non ha neppure un gatto.	VERO	FALSO	POSSIBILE
Nella nostra scuola, ci sono studenti che non hanno né gatti né computer.	VERO	FALSO	POSSIBILE
Nella nostra scuola, chi ha due gatti e un cane possiede anche un computer.	VERO	FALSO	POSSIBILE
Nella nostra scuola, c'è uno studente che ha tre gatti, un cane e nessun computer.	VERO	FALSO	POSSIBILE

Il labirinto di Kangouria (max 5 punti)

Nel famigerato labirinto di Kangouria si perdono tutti, tranne coloro che ne conoscono il segreto: se siete nella stanza col numero n, imboccando la porta a sinistra vi ritroverete nella stanza col numero 2n (il doppio di n), imboccando la porta a destra finirete invece nella stanza col numero 1 + 2n (1 + il doppio di n). Il guardiano del labirinto vi rivela che nella stanza 69 si trova un tesoro. Qual è il percorso per raggiungerlo partendo dalla stanza numero 1?

Fate attenzione: se sbagliate percorso, sarete catturati da un mostro famelico e dovrete ripartire dall'inizio, perdendo una delle vostre 3 vite.



Cronologia (max 6 punti)

Associa ad ogni evento la data in cui è avvenuto!

Leslie Lamport crea LaTeX, un linguaggio di markup usato per la preparazione di testi basato sul programma di composizione tipografica TeX.	1966
Joseph Weizenbaum scrive ELIZA, un programma per computer che fa la parodia di uno psicoterapeuta, dando l'impressione, almeno all'inizio, di interloquire con una persona.	1968
Facendo un ricorso estensivo al computer, viene dimostrato il "teorema dei quattro colori".	1976
Grande allarme per il Millennium bug.	1982
Viene presentato il Commodore 64, che risulterà il computer più venduto al mondo.	1985
Nintendo mette in commercio Wii, una consolle per videogiochi di grande successo.	1991
Per la prima volta un campione mondiale di scacchi, il grande maestro Garry Kasparov, viene battuto da un computer, Deep Blue.	1997
Donald E. Knuth pubblica il primo volume di "The art of computer programming", uno dei libri più importanti e maggiormente citati nel campo dell'informatica.	2000
Nasce il Kangourou dell'Informatica!	2004
Nasce il World Wide Web, con la pubblicazione del primo sito web ad opera di Tim Berners-Lee.	2006
Steve Jobs, fondatore della Apple, presenta l'iPhone	2007
Nasce Facebook, un social network che guadagnerà in pochi anni un successo planetario.	2009

I cavalieri della Tavola Rotonda (max 6 punti)

Re Artù deve decidere chi, tra i suoi 11 cavalieri, deve partire per la missione. Si siedono tutti e 12 intorno alla Tavola Rotonda: Re Artù naturalmente resta, il successivo in senso orario deve partire, il successivo resta, e così via. Quando toccherebbe a Re Artù partire, la selezione dei cavalieri si ferma: Re Artù e i cavalieri ancora seduti alla Tavola restano a difendere il castello di Camelot.

Numerando i cavalieri da 1 (Re Artù) a 12, sempre in senso orario, alla fine rimangono soltanto Re Artù e il cavaliere numero 9.

In quale ordine sono partiti gli altri cavalieri?

E adesso, generalizziamo! Il numero di uomini che restano al castello quando inizialmente ne sono presenti N (il re più N – 1 cavalieri) è riportato qui sotto, per i valori di N fino a 20.

Su N =	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
ne restano	1	1	2	1	3	2	4	1	5	3	6	2	7	4	8	1	9	5	10	3

Cancella dalla seconda riga sopra riportata la prima occorrenza di ciascun numero (il primo 1, il primo 2, il primo 3 e così via): che sequenza ottieni? Sapresti continuarla? Scrivi la sequenza qui sotto, continuandola in modo da riempire tutte le caselle.

Quanti uomini restano a Camelot se inizialmente sono 2011?

Quanti uomini restano a Camelot se inizialmente sono 240?

Quesiti per la categoria “Biennio”

Codice segreto (3 punti)

Sapendo che la frase

```
Viva il Kangourou dell'Informatica!
```

viene cifrata in

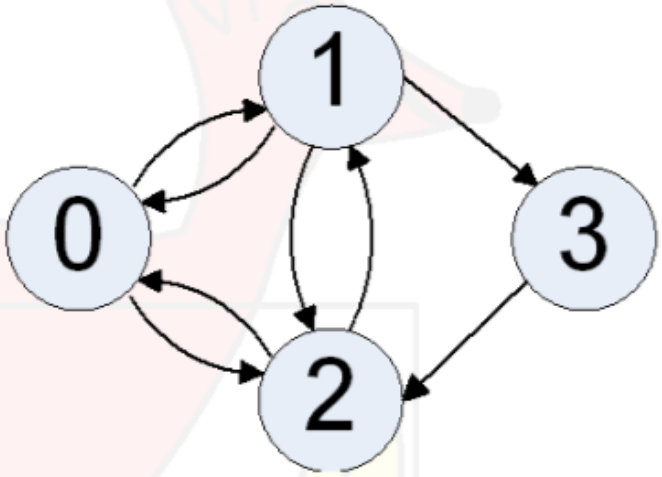
```
Vv lKnorudl'nomtc!iai aguo elIfraia
```

cifrate allo stesso modo la frase che segue:

```
Sempre caro mi fu quest'ermo colle,
```

Gioco della ripetizione (3 punti)

Questo gioco ha come tavoliere una mappa con quattro "postazioni" numerate da 0 a 3, collegate da alcuni "passaggi", percorribili soltanto nel verso della freccia.



All'inizio del gioco, un gettone viene messo nella postazione 0. Due giocatori, Primo e Secondo, muovono il gettone alternandosi: ad ogni mossa, il giocatore di turno deve spostare il gettone in una delle postazioni direttamente raggiungibili tramite un solo passaggio. Vince chi percorre per primo un passaggio già percorso in precedenza (dall'uno o dall'altro dei due giocatori).
Supponendo che Primo inizi il gioco e che si svolga una partita senza errori, quale delle seguenti affermazioni è vera?

○	Vince Primo spostando il gettone in 1.
○	La partita finisce senza alcun vincitore.
○	Vince Primo spostando il gettone in 2.
○	Vince Primo spostando il gettone in 3.
○	Vince Secondo ovunque Primo sposti il gettone.

Comunità online (max 5 punti)

Le comunità online vanno e vengono, vivendo periodi di successo alternati a fasi di declino. Il numero totale di membri non è un buon modo per misurare la dimensione e lo stato di salute di una comunità. In questa cartina, l'estensione geografica di una comunità corrisponde alla quantità di attività sociali che vi si svolgono, ovvero a quanto si parla, gioca, condivide, socializza... Certo, è un po' come confrontare mele e pere, ma in qualche modo dà un'idea delle proporzioni!

Analizzate le regioni con i bordi colorati (cliccandoci sopra potete ingrandirle) e provate a caratterizzare le comunità che le compongono: come chiamereste queste "località geografiche"? Associate i nomi alle località corrispondenti.

GIALLO: Costa...	... delle opinioni
BLU: Arcipelago...	... cinese
ROSSO: Stretto...	... multimediale
VERDE: Grande firewall...	... del gioco
ROSA: Arcipelago...	... dei messaggi

Geomag (max 5 punti)

Gli allievi del dottor Kang si sfidano in un gioco di intelligenza. Compongono con il Geomag la costruzione di figura 1.
Lo scopo del gioco è ottenere tre quadrati come in figura 2 utilizzando i bastoncini e le biglie a disposizione.
Vince chi compie il minor numero di mosse, contando come mossa ogni bastoncino spostato. Lo spostamento delle biglie non conta invece come mossa.

Meno modifiche farete più punti otterrete!

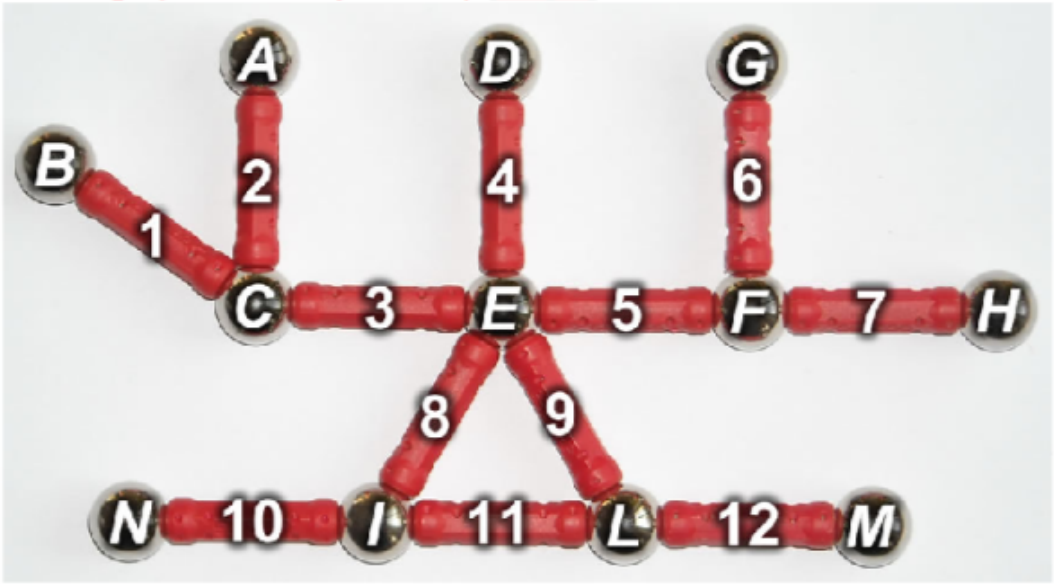


Figura 1

Mossa	Bastoncino da spostare	In modo che colleghi	
		La biglia	Alla biglia
1			
2			
3			
4			
5			
6			

Figura 2

Parola d'ordine (max 5 punti)

Un gruppo di amici decide che per entrare nel loro rifugio segreto bisogna dire una frase valida, cioè che rispetti le seguenti regole:

- frase valida: una frase semplice oppure una frase semplice seguita da un avverbio, da un verbo e da una frase valida
- frase semplice: un articolo seguito da una descrizione di un topo, oppure un articolo seguito da una descrizione di un gatto
- descrizione di un topo: la parola "topo", oppure la descrizione di un topo seguita da "bianco", oppure "furbo" seguito dalla descrizione di un topo
- descrizione di un gatto: la parola "gatto", oppure la descrizione di un gatto seguita da "ciccione", oppure "rosso" seguito dalla descrizione di un gatto

Ad esempio la frase: "Un topo bianco" è valida perché è una frase semplice. Infatti consiste di un articolo ("un"), seguito da una descrizione di un topo ("topo bianco"), a sua volta formata da una descrizione di un topo (la parola "topo") seguita da "bianco".

Al contrario la frase: "Un furbo topo velocemente fugge" non è valida perché non rispetta le regole.

Le seguenti frasi consentono l'ingresso nel rifugio segreto?

un rosso gatto ciccione	Sì	No
il gatto rosso	Sì	No
il gatto ciccione mangia un topo bianco	Sì	No
il topo furbo improvvisamente vede il gatto rosso	Sì	No
il rosso rosso gatto bramosamente guarda il furbo topo	Sì	No

Cronologia (max 6 punti)

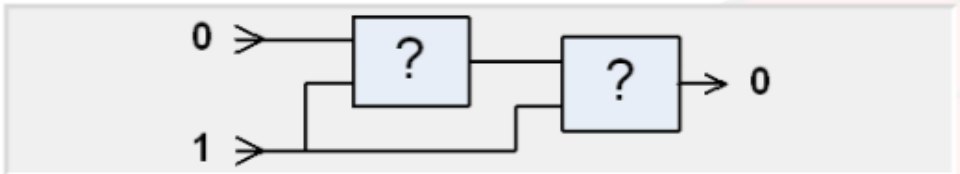
Associa ad ogni evento la data in cui è avvenuto!

Leslie Lamport crea LaTeX, un linguaggio di markup usato per la preparazione di testi basato sul programma di composizione tipografica TeX.	1966
Joseph Weizenbaum scrive ELIZA, un programma per computer che fa la parodia di uno psicoterapeuta, dando l'impressione, almeno all'inizio, di interloquire con una persona.	1968
Facendo un ricorso estensivo al computer, viene dimostrato il "teorema dei quattro colori".	1976
Grande allarme per il Millennium bug.	1982
Viene presentato il Commodore 64, che risulterà il computer più venduto al mondo.	1985
Nintendo mette in commercio Wii, una consolle per videogiochi di grande successo.	1991
Per la prima volta un campione mondiale di scacchi, il grande maestro Garry Kasparov, viene battuto da un computer, Deep Blue.	1997
Donald E. Knuth pubblica il primo volume di "The art of computer programming", uno dei libri più importanti e maggiormente citati nel campo dell'informatica.	2000
Nasce il Kangourou dell'Informatica!	2004
Nasce il World Wide Web, con la pubblicazione del primo sito web ad opera di Tim Berners-Lee.	2006
Steve Jobs, fondatore della Apple, presenta l'iPhone	2007
Nasce Facebook, un social network che guadagnerà in pochi anni un successo planetario.	2009

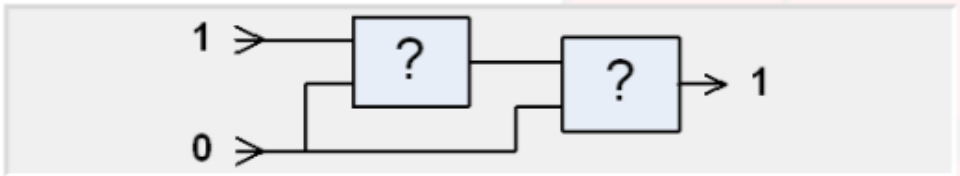
I circuiti misteriosi (max 6 punti)

I circuiti elettronici contengono "porte logiche" di vari tipi, per esempio le porte AND ("e"), le porte OR ("oppure") e le porte XOR (OR "esclusivo"). L'uscita di una porta AND è 1 se e solo se entrambi gli ingressi sono 1, l'uscita di una porta OR è 0 se e solo se entrambi gli ingressi sono 0 e infine l'uscita di una porta XOR è 1 se e solo se gli ingressi sono diversi.

In ognuno dei circuiti seguenti le porte devono essere tutte dello stesso tipo. Quale? Per alcuni circuiti potrebbe esserci più di una soluzione: in questi casi, indicatele tutte.



AND	OR	XOR
☐	☐	☐



AND	OR	XOR
☐	☐	☐

AND	OR	XOR
☐	☐	☐

I cavalieri della Tavola Rotonda (max 6 punti)

Re Artù deve decidere chi, tra i suoi 11 cavalieri, deve partire per la missione. Si siedono tutti e 12 intorno alla Tavola Rotonda: Re Artù naturalmente resta, il successivo in senso orario deve partire, il successivo resta, e così via. Quando toccherebbe a Re Artù partire, la selezione dei cavalieri si ferma: Re Artù e i cavalieri ancora seduti alla Tavola restano a difendere il castello di Camelot.

Numerando i cavalieri da 1 (Re Artù) a 12, sempre in senso orario, alla fine rimangono soltanto Re Artù e il cavaliere numero 9.

In quale ordine sono partiti gli altri cavalieri?

E adesso, generalizziamo! Il numero di uomini che restano al castello quando inizialmente ne sono presenti N (il re più N – 1 cavalieri) è riportato qui sotto, per i valori di N fino a 20.

Su N =	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
ne restano	1	1	2	1	3	2	4	1	5	3	6	2	7	4	8	1	9	5	10	3

Cancella dalla seconda riga sopra riportata la prima occorrenza di ciascun numero (il primo 1, il primo 2, il primo 3 e così via): che sequenza ottieni? Sapresti continuarla? Scrivi la sequenza qui sotto, continuandola in modo da riempire tutte le caselle.

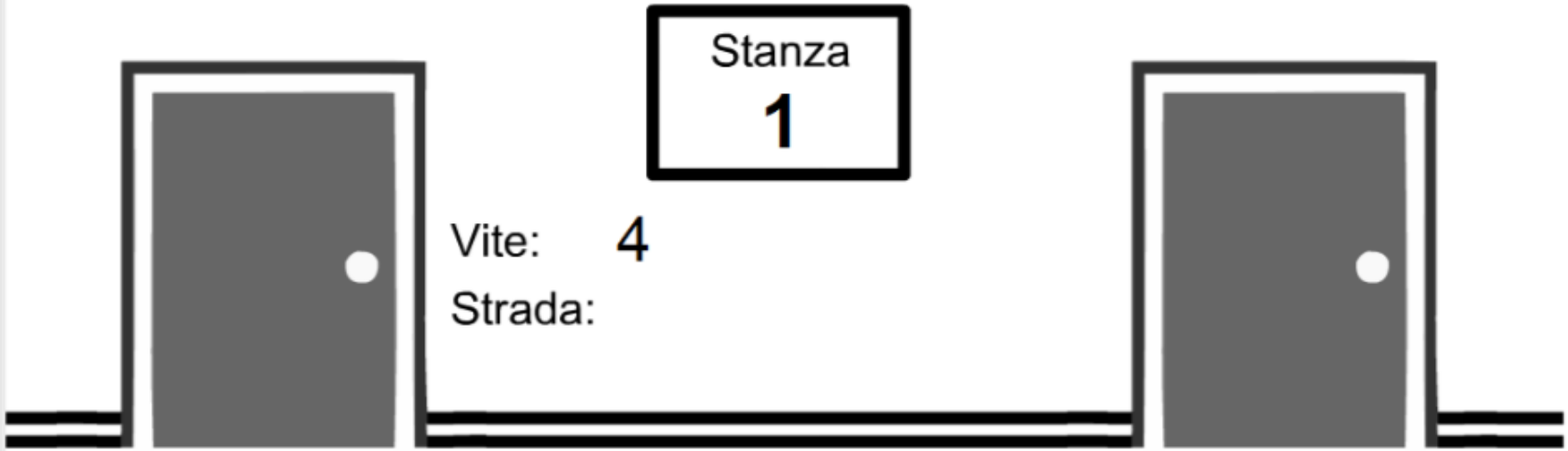
Quanti uomini restano a Camelot se inizialmente sono 2011?

Quanti uomini restano a Camelot se inizialmente sono 240?

Il labirinto di Kangouria (max 7 punti)

Nel famigerato labirinto di Kangouria si perdono tutti, tranne coloro che ne conoscono il segreto: se vi trovate nella stanza col numero n, imboccando la porta a sinistra vi ritroverete nella stanza 2n, imboccando la porta a destra finirete invece nella stanza (n – 1)/3, ma solo se questo numero è intero e dispari (in caso contrario sarete catturati da un mostro!). Ad esempio, dalla stanza 8 potrete andare solo a sinistra nella stanza 16 (prendendo la porta a destra vi fareste catturare dal mostro!), dalla 16 potrete poi proseguire a sinistra nella stanza 32 oppure a destra nella stanza 5 ... Il guardiano del labirinto vi rivela che nella stanza 17 si trova un tesoro. Qual è il percorso per raggiungerlo partendo dalla stanza numero 1?

Fate attenzione: se sbagliate percorso o tornate sui vostri passi, sarete catturati da un mostro famelico e dovrete ripartire dall'inizio, perdendo una delle vostre 4 vite. Da ogni stanza, l'uscita giusta è una e una sola!



Gatti e computer (max 7 punti)

Nella nostra scuola, chi ha un gatto possiede anche un computer.[1]

Supponiamo che questa affermazione sia vera, e che quindi costituisca un dato di fatto.
Leggete attentamente le affermazioni che seguono e scegliete:

- VERO - per le affermazioni che ritenete siano una conseguenza del fatto descritto sopra,
- FALSO - se l'affermazione lo contraddice,
- POSSIBILE - se l'affermazione può essere tanto vera quanto falsa
  (ossia: non è necessariamente vera, né contraddice il fatto da cui partiamo).

[1] Nota: nel quesito, l'articolo indeterminativo "un" non significa "esattamente uno" ma "almeno uno"!

Nella nostra scuola, chi possiede un computer ha anche un gatto.	VERO	FALSO	POSSIBILE
Nella nostra scuola, chi non ha un computer non ha neppure un gatto.	VERO	FALSO	POSSIBILE
Nella nostra scuola, ci sono studenti che non hanno né gatti né computer.	VERO	FALSO	POSSIBILE
Nella nostra scuola, tutti gli studenti hanno un gatto e un computer.	VERO	FALSO	POSSIBILE
Nella nostra scuola, chi ha due gatti e un cane possiede anche un computer.	VERO	FALSO	POSSIBILE
Nella nostra scuola, c'è uno studente che ha tre computer, un cane e nessun altro animale.	VERO	FALSO	POSSIBILE
Nella nostra scuola, c'è uno studente che ha tre gatti, un cane e nessun computer.	VERO	FALSO	POSSIBILE

Squadre di calcio (max 7 punti)

Il piccolo Riccardo ha raccolto i nomi delle squadre di calcio che hanno partecipato ad almeno uno dei campionati passati e li ha messi nella lista SquadreVecchie. Poi ha messo nella lista Squadre2011 l'elenco delle squadre partecipanti al campionato 2011.
Ora Riccardo vorrebbe sapere quali sono le squadre che partecipano per la prima volta, usando tre programmi di cui dispone il suo PC:

- attacca, che attacca due liste una dopo l'altra;
- ripetuti, che elenca gli elementi ripetuti in una lista;
- unici, che elenca gli elementi unici in una lista.

Ogni volta che un programma è eseguito, produce come risultato una nuova lista, senza modificare quella o quelle su cui ha operato.
In che modo Riccardo può utilizzare i programmi per ottenere il risultato voluto? Collega i blocchi corrispondenti ai programmi in modo da ottenere la lista desiderata. Dati due blocchi collegati, il risultato del programma nel blocco a sinistra verrà usato dal programma nel blocco di destra.

2011

Soluzioni dei quesiti

Soluzione del quesito "Codice segreto"

Soluzione. `Smr aom uqetem ol,epecr if us'rocle`. Infatti la frase `Vv lKnorudl'nomtc!iai aguo elIfraia` è formata dai caratteri in posizione *dispari* della frase originale, `Vv lKnorudl'nomtc!`, seguiti dai caratteri in posizione *pari*, `iai aguo elIfraia`. Per *carattere* si intende una lettera, uno spazio, oppure un segno di punteggiatura.

Anche questa è informatica! Il quesito pone un problema di *crittografia* (dal greco κρυπτός, "nascosto" e γραφή, "scrittura"), la quale si occupa dei metodi per trasmettere messaggi attraverso canali potenzialmente insicuri, garantendo comunque la *segretezza* del contenuto del messaggio. A questo scopo, il messaggio da trasmettere viene alterato per mezzo di un procedimento concordato in precedenza tra il mittente e il destinatario; quest'ultimo può ricavare il testo originale, invertendo *con qualche metodo* tale procedimento. La crittografia non è certo nata con i computer, tuttavia ha oggi grande rilevanza in ambito informatico e telematico: pensate alle transazioni finanziarie in cui si utilizza una carta di credito per effettuare un acquisto online, all'autenticazione tramite password in un sito web, o all'invio di messaggi riservati tramite posta elettronica.

Per rispondere al quesito, era innanzitutto necessario identificare il metodo crittografico usato (per poi applicarlo alla frase da codificare) a partire da un esempio costituito da una coppia di messaggi corrispondenti – uno *in chiaro* e l'altro *cifrato*. Questo è un compito tipico della *crittoanalisi*, i cui obiettivi sono proprio la decifratura di messaggi dei quali non si conosce la codifica, e l'identificazione dei meccanismi di codifica stessi. Durante la seconda guerra mondiale, in Inghilterra, alcune macchine a valvole, antenate degli odierni elaboratori, furono dedicate alla decifratura dei messaggi segreti tedeschi; al loro progetto contribuí, tra gli altri, Alan Turing.

Approfondimenti. Il codice proposto nel quesito si chiama codice a *trasposizione*, poiché le lettere vengono spostate e il loro ordine viene quindi modificato. Nella fattispecie questa trasposizione è una delle piú semplici ed è detta *a inferriata*. Un modo facile per realizzarla è scrivere il testo su due righe, alternando i caratteri sulla

prima e sulla seconda riga, e accostare poi le due righe. Se usiamo un *font* i cui caratteri appaiono tutti con la stessa occupazione orizzontale[1] e un trattino per gli spazi la cosa risulta piú chiara. Se il testo da codificare è: `Viva-il-Kangourou-dell'Informatica!`, scrivendolo su due righe otteniamo:

```
V v - l K n o r u d l ' n o m t c !
i a i - a g u o - e l I f r a i a
```

che accostate danno: `Vv-lKnorudl'nomtc!iai-aguo-elIfraia`. Per decifrare basta operare al contrario, scrivendo su due righe e leggendo in verticale. Se il numero di caratteri del testo è dispari, per evitare ogni difficoltà basta renderlo pari aggiungendo uno spazio o un punto alla fine del testo. Per complicare un poco di piú le cose, l'inferriata potrebbe essere costruita su tre o piú righe.

La storia della crittografia è molto affascinante: un testo accessibile a tutti che ne parla diffusamente è per esempio *Codici & segreti*, di Simon Singh, BUR Saggi.

Uno dei primi esempi documentati d'impiego militare di una (ingenua) procedura crittografica è riportato nel *De bello Gallico* di Giulio Cesare e consisteva semplicemente nel sostituire ogni lettera con un'altra: la lettera sostitutiva poteva essere trovata considerando l'alfabeto in maniera circolare (come se fosse disposto sulla circonferenza del quadrante di un orologio) e procedendo di un certo numero di passi a partire dalla lettera presente nel messaggio in chiaro. Il numero di passi costituiva perciò la *chiave*, la cui conoscenza permetteva di risalire facilmente al messaggio in chiaro, utilizzando al contrario il procedimento di cifratura. In realtà non è troppo difficile decifrare un messaggio cifrato in questo modo anche senza conoscere la chiave: bastano infatti poche decine di tentativi!

A volte la codifica è sconosciuta semplicemente perché le regole sono andate perdute. Si pensi per esempio ai geroglifici egiziani, che sono stati compresi nuovamente solo dopo il ritrovamento della famosa "Stele di Rosetta",

[1] Per esempio quelli della famiglia `Courier`, disegnati da Howard Kettler per IBM, che decise di usarli per le macchine per scrivere che produsse negli anni '50 del Novecento

che riportava la traduzione in greco di un testo geroglifico: gli archeologi hanno cosí potuto capire quale uso gli antichi Egizi facevano dei simboli geroglifici.

Fino alla metà degli anni '70 del Novecento, tutte le tecniche di scrittura segreta pubblicamente note erano *simmetriche*, nel senso che il procedimento di decifrazione è semplicemente il procedimento di cifratura eseguito al contrario: in sostanza, mittente e destinatario dispongono di informazioni equivalenti, e usano la stessa chiave per cifrare e decifrare. Ciò implica che ciascun mittente e ciascun destinatario devono accordarsi non soltanto sulla procedura ma anche sulla chiave da usare, e l'accordo deve avvenire ovviamente in condizioni di massima sicurezza: un po' problematico, quando i potenziali mittenti (e magari i destinatari) sono tanti e nemmeno si conoscono di persona, come spesso succede nel settore bancario o commerciale per scambi internazionali mediante Internet. Quest'ostacolo è noto come *problema di distribuzione della chiave*: ciascun destinatario si deve preoccupare di prendere le necessarie precauzioni per poter trasmettere la chiave per cifrare, in condizioni di sicurezza, a tutti i potenziali mittenti. Tra il 1975 e il 1977 furono ideati i sistemi a chiave *asimmetrica* (in realtà in parte già noti in ambienti militari che li avevano tenuti nascosti al pubblico): la chiave usata per cifrare e quella usata per decifrare non coincidono; in particolare, ciò significa che, se io ho cifrato un messaggio, lo potrò decifrare soltanto se conosco la seconda chiave. Allora il destinatario può rendere *pubblica* la prima chiave (quella per cifrare) in modo che chiunque possa adoperarla, tenere per sé la seconda (detta chiave *privata*) e con questa decifrare i messaggi che gli arrivano dai diversi mittenti, che li hanno codificati con la chiave da lui resa pubblica. Le chiavi pubbliche dei diversi destinatari potrebbero essere perfino inserite in una sorta di elenco telefonico magari diffuso in rete (e garantito da qualche autorità certificatrice...). Questa idea, di per sé rivoluzionaria (Diffie e Hellman, 1975), fu realizzata un paio d'anni dopo, quando Rivest, Shamir e Adleman riuscirono finalmente a escogitare un algoritmo di cifratura (chiamato RSA, dalle iniziali dei loro cognomi) invertibile soltanto se si dispone di un'ulteriore informazione (la chiave privata, appunto), oltre a quella utilizzata per la cifratura.

Parole chiave: crittografia, crittoanalisi, codice, cifratura e decifratura.

Soluzione del quesito “Carte di credito”

Soluzione. Occorre eseguire l’algoritmo su ciascun codice, seguendo l’esempio fornito, da cui si evince che le posizioni sono numerate da 1 a partire da sinistra.

- 4233 0000 0000 5968 codice accettato
- 2433 0000 9568 0000 codice rifiutato
- 0000 5512 1909 0000 codice accettato
- 0000 5521 0000 1990 codice rifiutato

Anche questa è informatica! In molte situazioni è utile identificare elementi di un insieme associando una sequenza di cifre e/o lettere (o altri simboli), distinta e unica, a ciascun elemento dell’insieme. Pensate al numero sulle maglie dei giocatori di calcio, alla targa per le automobili, al codice a barre sui prodotti, al codice ISBN per i libri, al codice fiscale per le persone, oltre al numero per le carte di credito, solo per fare alcuni esempi.

La branca dell’informatica che si occupa di come associare sequenze di simboli (dette *parole di codice* o *codifiche*) a elementi di un insieme si chiama *teoria dei codici*, e il termine *codice*, che nel linguaggio corrente viene usato per indicare una parola di codice, è invece l’insieme delle parole di codice utilizzate. Quando le codifiche sono lunghe e devono essere copiate o trasferite, è molto importante ridurre la possibilità di errori. La teoria dei codici si occupa anche dello studio di codici che permettono la rilevazione o persino la correzione di errori.

Approfondimenti. Un *codice* serve per rappresentare un insieme di oggetti o di informazioni. Lo si costruisce a partire da un insieme finito di simboli, detto *alfabeto del codice*, e assegnando a ogni elemento dell'insieme di oggetti o informazioni da rappresentare una sequenza di simboli dell'alfabeto, detta *parola di codice* o *codifica*; spesso è comodo avere parole di codice tutte della stessa lunghezza. Dato un codice avente S simboli e parole lunghe n simboli, si possono costruire S^n parole di codice differenti. Bisogna scegliere una lunghezza n tale che il numero S^n delle parole di codice disponibili sia superiore o pari al numero di elementi dell'insieme da codificare, in modo da poter associare parole di codice distinte a elementi distinti.

Un codice si dice *efficiente* quando la lunghezza delle sue parole è la minima che garantisce la proprietà precedente e si dice *ridondante* quando la lunghezza delle sue parole è maggiore rispetto a quella minima. I codici ridondanti sono utilizzati per rilevare e correggere errori, che possono essere di digitazione o di trasmissione.

Spesso l'obiettivo è rilevare semplici errori nell'inserimento di una sequenza di caratteri, come l'inversione di due caratteri contigui o un singolo carattere sbagliato, e avvisare l'utente.

Una tecnica per la rilevazione di errori molto usata è quella di aggiungere all'inizio o alla fine della codifica un carattere di controllo (*check character*), che viene calcolato applicando un algoritmo semplice agli altri caratteri della codifica. Il codice ASCII, un codice per la codifica dei caratteri della tastiera, era stato originariamente progettato a 7 bit, ma poiché la maggior parte dei computer è progettata per gestire codici a 8 bit, un ottavo bit viene aggiunto all'inizio (cioè a sinistra) della codifica. Tale bit, detto *bit di parità*, può essere messo ad esempio a 1 o a 0 in modo tale che in ogni codifica il numero di bit che valgono 1 sia sempre pari (*even parity bit*) o sempre dispari (*odd parity bit*). Anche nel codice fiscale, dove i primi 15 caratteri sono estratti da cognome, nome, data e luogo di nascita, il sedicesimo non ha un significato anagrafico, ma è un carattere di controllo. Lo stesso vale per l'ISBN dei libri.

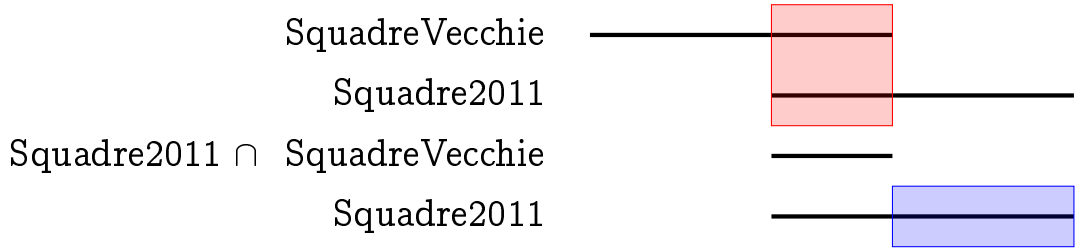
Gli algoritmi che eseguono i controlli di correttezza si dicono *algoritmi di rilevazione di errori*. L'algoritmo del quesito si basa sulla *formula di Luhn*, anche conosciuta come Modulo 10, realizzata nel 1954 da un ingegnere dell'IBM, Hans Peter Luhn, proprio per verificare la validità di vari numeri identificativi, come quelli delle carte di credito, o generarli.

Tecniche piú sofisticate di codifica possono individuare piú cifre errate o addirittura correggerle, a patto però di aumentare ulteriormente la ridondanza del codice. Per dare un'idea di come ciò sia possibile, pensate a un codice binario a 3 cifre. Le codifiche possibili sono {000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111}. Se le usiamo tutte, non c'è ridondanza e non possiamo rilevare nessun errore. Se usiamo solo i primi due bit per codificare, il terzo bit lo possiamo usare per rilevare errori singoli (cioè codifiche in cui un solo bit ha cambiato valore), ad esempio con il controllo di parità: le codifiche legittime saranno {000, 011, 101, 110}, le altre non saranno valide. Si noti che in questo codice le codifiche legittime si differenziano tra loro sempre di (almeno) due bit: si dice in questo caso che le codifiche hanno *distanza di Hamming* pari a 2. Se aumentiamo ulteriormente la ridondanza del codice, e stabiliamo che le codifiche legittime sono {000, 111}, otteniamo codifiche con distanza di Hamming 3. In questo caso, oltre a rilevare errori singoli e doppi, possiamo correggere errori singoli utilizzando il criterio della massima probabilità di correttezza (detto *criterio di massima verosimiglianza*): se si riceve una parola errata, è piú probabile che essa provenga dalla parola legittima ad essa piú vicina, e quindi ad esempio 001 verrà corretto in 000 e non in 111.

Parole chiave: algoritmo, codifica, teoria dei codici, codici rilevatori d'errore, codici correttori.

Soluzione del quesito "Squadre di calcio"

Soluzione per la categoria "Medie". L'unica risposta corretta è la terza: *"Attacca Squadre2011 e SquadreVecchie; trova nel risultato gli elementi ripetuti; li attacca a Squadre2011; elenca gli elementi unici di questa nuova lista"*. Possiamo visualizzare la situazione con un diagramma in cui ogni segmento indica una lista; le parti in cui due segmenti si "sovrappongono" identificano l'intersezione delle due liste corrispondenti.

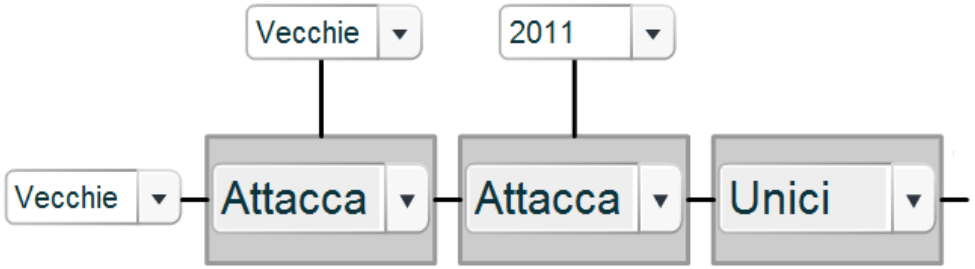


La prima operazione ('attacca Squadre2011 e SquadreVecchie') corrisponde a costruire una lista in cui le squadre che hanno partecipato a un campionato passato e che giocano anche quest'anno compaiono due volte, mentre tutte le altre squadre compaiono una volta sola; 'trova nel risultato gli elementi ripetuti' equivale a costruire la lista che contiene (una sola volta!) gli elementi nell'area rossa (●), cioè tali squadre; in altre parole abbiamo ottenuto l'intersezione delle liste Squadre2011 e SquadreVecchie.
L'operazione 'li attacca a Squadre2011' produce una lista in cui le squadre convocate quest'anno che hanno già giocato in passato compaiono due volte; infine 'trova gli unici' permette di identificare gli elementi nell'area blu (●), i quali rappresentano le squadre cercate da Riccardo.

Si noti che la soluzione indicata funziona anche se qualcuna delle liste è vuota: per esempio se SquadreVecchie è vuota il risultato è (giustamente) Squadre2011, mentre se è vuota Squadre2011 il risultato è (giustamente) una lista vuota, cosí come banalmente succede se entrambe le liste dei dati sono vuote. Abbiamo invece implicitamente

assunto che nessuna delle due liste di partenza contenesse elementi ripetuti: altrimenti la soluzione proposta potrebbe non dare il risultato voluto!

Soluzione per la categoria "Biennio". In questo caso il quesito chiede di costruire una soluzione e se ne può ottenere una con meno istruzioni di quella per la categoria "Medie": per esempio, 'attacca SquadreVecchie e SquadreVecchie, al risultato attacca Squadre2011, trova gli unici' (vedi figura seguente).



Le soluzioni possibili con un massimo di cinque passi sono in realtà ben 65 (sul sito `http://kangourou.dico.unimi.it` potete trovare un programma in `Python` per generarle). In realtà però le tre soluzioni elencate di seguito si possono considerare quelle fondamentali:

1. attacca SquadreVecchie e SquadreVecchie, attacca Squadre2011, trova gli unici;
2. attacca Squadre2011 e SquadreVecchie, trova i ripetuti, attacca Squadre2011, trova gli unici;
3. attacca Squadre2011 e SquadreVecchie, trova gli unici, attacca Squadre2011, trova i ripetuti.

Tutte le altre soluzioni possono essere ottenute da queste scambiando l'ordine con cui si attaccano SquadreVecchie e Squadre2011, ripetendo piú volte di seguito l'operazione 'trova gli unici', cambiando l'ordine di applicazione o combinando altre operazioni senza variare il risultato nel punto in cui vengono applicate. Per esempio, iniziare con

un'operazione di 'trova gli unici' o 'trova i ripetuti' è inutile, in quanto si suppone che le due liste contengano solo nomi unici; allo stesso modo, applicare 'trova gli unici' due o piú volte di seguito non cambia il risultato (quale sarebbe invece il risultato di una doppia applicazione di 'trova i ripetuti'?). Le soluzioni con cinque passaggi sono tutte riconducibili a quelle indicate: per esempio, la soluzione 'attacca Squadre2011 e SquadreVecchie, trova i ripetuti, trova gli unici, attacca Squadre2011, trova gli unici' è riducibile alla soluzione n. 2 perché il 'trova gli unici' intermedio è del tutto inutile (i ripetuti sono già unici...). Si noti che le soluzioni indicate funzionano anche se qualcuna delle liste è vuota: per esempio se SquadreVecchie è vuota il risultato è (giustamente) Squadre2011, mentre se è vuota Squadre2011 il risultato è (giustamente) una lista vuota, cosí come banalmente succede se entrambe le liste dei dati sono vuote. È invece importante che ciascuna delle due liste di partenza non contenga elementi ripetuti: altrimenti, in generale, nessuna delle soluzioni proposte darebbe il risultato voluto!

Anche questa è informatica! Il problema proposto è un tipico esempio di programmazione tramite "tubi e filtri" (*pipe and filter* in inglese): l'idea è che il programmatore dispone di programmi in grado di *filtrare* i dati in ingresso per ottenerne di analoghi in uscita; la soluzione è ottenuta convogliando (tramite appositi connettori, ossia *tubi*) i dati in ingresso in una sequenza opportuna di filtri.

Il paradigma *pipe and filter* è stato reso particolarmente popolare dal sistema operativo Unix, in cui fu introdotto grazie al contributo di Doug McIlroy: la *pipe* — ossia la comunicazione fra processi tramite un canale in cui scorrono (in un'unica direzione) sequenze di dati — è tutt'ora uno dei meccanismi fondamentali per combinare programmi sviluppati indipendentemente, diffuso soprattutto nell'elaborazione di testi, e nelle applicazioni multimediali in cui vengono manipolati segnali audio o video.

In effetti, se supponiamo che le due liste siano conservate in due *file* di testo in cui in ogni riga appare il nome di una sola squadra, il compito di Riccardo può essere portato a termine utilizzando alcuni programmi presenti fra le cosiddette "coreutils", generalmente disponibili nei sistemi della famiglia Unix (per esempio GNU Linux o Mac OS X).

Una soluzione simile alla n. 1 potrebbe essere ottenuta cosí:

```
cat Squadre2011 SquadreVecchie SquadreVecchie | sort | uniq -u
```

dove il carattere '|' (normalmente chiamato *pipe*) indica che il risultato dell'operazione precedente deve essere usato come *input* per quella successiva, `cat` è un programma che concatena due *o piú* liste (è quindi piú flessibile dell'operazione 'attacca') e `uniq -u` trova le righe uniche in un elenco *ordinato*: per questo motivo occorre premettere anche il filtro `sort` che ordina l'elenco ricevuto in ingresso.

Approfondimenti. Il modo piú intuitivo per elencare gli elementi unici o quelli ripetuti in una lista richiede di confrontare ciascun elemento con tutti gli altri: cosí, se gli elementi sono N, si devono fare $\frac{N(N-1)}{2}$ confronti (si dice che il *costo* è "quadratico", essendo il termine preponderante proporzionale a N^2). Attaccare due liste di N_1 e N_2 elementi per produrne una nuova comporta ovviamente $N_1 + N_2$ operazioni di scrittura (si dice che il costo è "lineare" perché i parametri della funzione di costo appaiono al massimo alla prima potenza).

Per quanto riguarda il quesito, si noti che non è detto che le soluzioni con un numero minore di istruzioni impieghino meno tempo, perché non tutte le istruzioni hanno lo stesso costo: ad esempio, se la lista SquadreVecchie è molto piú lunga della lista Squadre2011, la soluzione n. 1 effettua piú confronti delle altre soluzioni. Per fare una previsione piú attendibile sui tempi di calcolo, bisognerebbe conoscere nei dettagli i procedimenti applicati dalle singole operazioni. Se però le liste sono già ordinate (per esempio coi nomi delle squadre elencati in ordine alfabetico) e abbiamo a disposizione un programma che, anziché *attaccare* semplicemente le liste una dopo l'altra, le *fonde* in una lista a sua volta ordinata (il costo di questa operazione è ancora lineare!), allora va meglio: infatti, elencare gli elementi unici o quelli ripetuti in una lista ordinata può essere fatto confrontando soltanto ciascun elemento con il successivo!

Parole chiave: *pipe and filter*, GNU *coreutils*.

Soluzione del quesito "Il gioco della ripetizione"

Soluzione. La risposta esatta è la **terza**: vince Primo spostando il gettone in 2. Infatti, se Secondo muove il gettone dalla postazione 2 alla postazione 0, allora Primo vince ripercorrendo il passaggio da 0 a 2; se invece Secondo percorre il passaggio da 2 a 1, allora Primo deve scegliere il passaggio da 1 a 3, al che Secondo è costretto a tornare nella postazione 2 e quindi Primo vince ripassando da 2 a 1.

Se all'inizio Primo scegliesse di spostare il gettone dalla postazione 0 alla postazione 1, Secondo risponderebbe muovendolo da 1 a 2, per poi vincere alla mossa successiva: quindi la prima risposta è sbagliata.

La seconda risposta nel nostro caso non è corretta, perché da ciascuna postazione è possibile uscire con almeno un passaggio, quindi un vincitore alla fine di ogni partita ci sarà certamente. La quarta risposta si riferisce a una mossa impossibile, poiché non c'è alcun passaggio da 0 a 3; infine la quinta risposta è smentita dal ragionamento iniziale, che dimostra che Primo ha una strategia vincente.

Anche questa è informatica! In termini tecnici, la figura rappresenta un *grafo*: le postazioni sono dette *nodi*, e i passaggi da un nodo all'altro sono detti *archi*. Un arco è solitamente indicato come una coppia: ad esempio, (0,2) indica l'arco dal nodo 0 al nodo 2. Questo grafo è *orientato* (o *diretto*: ciascun arco ha un verso di percorrenza) e *semplice* (da un nodo a un altro c'è al piú un arco).

I grafi sono una struttura di dati molto importante, che abbiamo già incontrato in diversi quesiti proposti nelle edizioni precedenti.

Approfondimenti. In questo grafo almeno una mossa è sempre possibile, e quindi un vincitore alla fine di ogni partita ci sarà certamente; tuttavia, ciò non è vero in generale: basta considerare un grafo in cui esistono dei nodi da cui non esce nessun arco!

Sono possibili alcune interessanti varianti di questo gioco:

1. perde chi percorre un arco già percorso in precedenza (*gioco della non ripetizione*);
2. vince chi muove il gettone in un nodo (compreso quello di partenza) già toccato precedentemente (*gioco del ritorno*);
3. perde chi muove il gettone in un nodo (compreso quello di partenza) già toccato precedentemente (*gioco del non ritorno*).

A questi tre giochi, nella situazione proposta, vincerebbe Secondo, indipendentemente dalla scelta iniziale di Primo tra l'arco (0,1) e l'arco (0,2); nel caso del gioco del ritorno la verifica di questo fatto è immediata... Per tutti e quattro i giochi, dato un grafo qualsiasi e scelto arbitrariamente un nodo di partenza, stabilire se uno dei due giocatori ha una strategia vincente, e in caso affermativo quale sia la piú lunga partita senza errori (nel senso che il giocatore che alla fine soccomberà cerca comunque di far durare la partita il piú a lungo possibile), è un problema NP-arduo: a questo proposito, si può vedere un articolo di Jack Edmonds e Vladimir Gurvich, *Games of no return* (`http://rutcor.rutgers.edu/~gurvich/paper.pdf`), del febbraio 2010. I problemi NP-ardui (dall'inglese NP-hard) sono quelli per cui, finora, nessuno è riuscito a trovare algoritmi di risoluzione efficienti; in una delle precedenti edizioni abbiamo già incontrato altri problemi di questo tipo, come ad esempio la ricerca di un percorso ottimo nel problema del commesso viaggiatore.

Parole chiave: grafi, teoria dei giochi, problemi NP-ardui.

Soluzione del quesito "I circuiti misteriosi"

Soluzione per la categoria "Medie".

- La risposta per il primo circuito è OR: l'uscita dalla prima porta OR è 1, quindi gli ingressi della seconda porta OR sono 1 e 1, che danno il risultato voluto 1.
- La risposta per il secondo circuito è AND: l'uscita dalla prima porta AND è 0, quindi gli ingressi della seconda porta AND sono 0 e 0, che danno il risultato voluto 0.
- La risposta per il terzo circuito è XOR: l'uscita dalla porta XOR in alto è 0, cosí pure come l'uscita dalla porta XOR in basso; quindi nella terza porta XOR entrano due valori uguali e si ha il risultato voluto 0.

Soluzione per la categoria "Biennio".

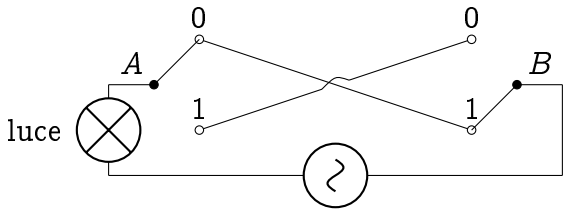
- Nel primo circuito ci sono due soluzioni: AND e XOR, come si può verificare direttamente usando le definizioni di AND e XOR. Se le porte fossero di tipo OR, gli ingressi alla seconda porta sarebbero 1 e 1, quindi si avrebbe come risultato 1, mentre vogliamo 0.
- Nel secondo circuito ci sono due soluzioni: OR e XOR. Se le porte fossero di tipo AND, gli ingressi della seconda porta sarebbero 0 e 0, che darebbero 0 in uscita, mentre vogliamo ottenere 1.
- Nel terzo circuito c'è una sola soluzione: XOR.

Anche questa è informatica! Le *porte logiche* realizzano le operazioni elementari sulle cifre binarie 0 e 1 (i *bit*) con cui vengono rappresentati tutti i dati negli elaboratori digitali. È quindi utile conoscerle per capire come queste operazioni possano avvenire e come, partendo dalle piú elementari, si possano realizzare operazioni molto piú complesse. È interessante però anche osservare che non è necessario conoscere come funziona una porta logica (ossia l'elettronica sottostante), ma basta sapere che cosa fa, e d'altro canto non occorre (per fortuna!) conoscere le specifiche operazioni compiute dalle porte per comprendere, per esempio, come spostare una parola in un testo

quando si usa un programma di videoscrittura. Ogni operazione va descritta con un livello di dettaglio adeguato: quando si ritiene superfluo indagare i particolari si dice che si compie una *astrazione*.

Approfondimenti. Una porta logica XOR è un circuito che è attivo se e solo se uno (e uno soltanto!) dei due ingressi trasmette il segnale 1. Possiamo notare che questo è probabilmente quello che vogliamo quando abbiamo due interruttori agli estremi di un lungo corridoio illuminato. Diciamo che ciascun interruttore ha due posizioni, che indichiamo con 0 e 1, e supponiamo che la situazione iniziale sia con entrambi gli interruttori a 0, cui corrisponde il corridoio buio. Se agiamo sul primo interruttore (chiamiamolo A) vogliamo che si accenda la luce; se poi, dopo aver percorso il corridoio, cambiamo la posizione anche del secondo interruttore (B) vogliamo che la luce si spenga. Le configurazioni volute sono riassunte nella tabella a sinistra, che corrisponde proprio alla cosiddetta *tabella di verità* di A XOR B; a destra è invece mostrato un possibile schema elettrico per la luce del corridoio.

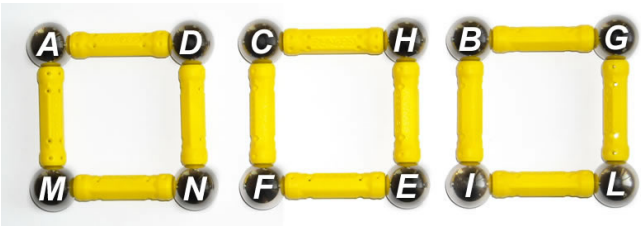
A	B	luce
0	0	spenta
1	0	accesa
1	1	spenta
0	1	accesa



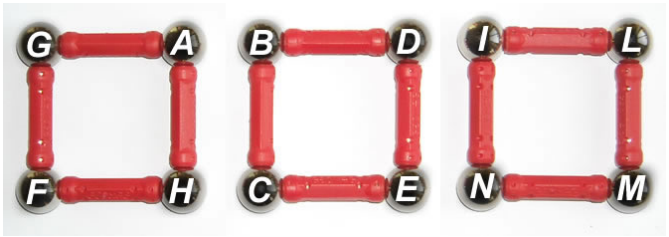
I circuiti proposti nel quesito si chiamano *circuiti combinatori* poiché il valore in uscita in un dato istante è frutto soltanto della combinazione dei valori in ingresso in quell'istante. In un circuito *sequenziale*, invece, il valore in uscita dipende anche dai valori assunti in ingresso precedentemente: sono quindi circuiti dotati di *memoria*; per realizzarli occorre riportare in ingresso alcune delle uscite (*feedback*). I circuiti fondamentali di questo tipo hanno il nome abbastanza buffo di *flip-flop*. A partire da questi circuiti si possono costruire le *memorie* degli elaboratori. Le parti che compongono un PC sono naturalmente molte, cosí come i modi per farle funzionare insieme: tutto ciò viene studiato nell'ambito dell'*architettura degli elaboratori*.

Parole chiave: porte logiche, circuiti combinatori e sequenziali, tabelle di verità, architettura degli elaboratori.

Soluzione del quesito "Geomag"



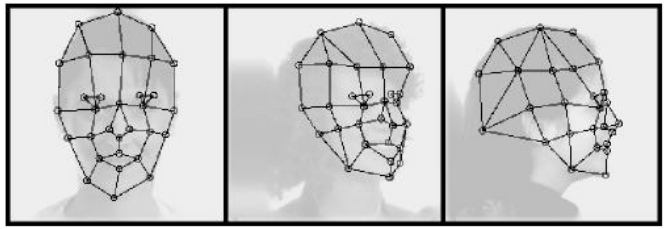
Soluzione per la categoria "Medie". Il numero minimo di mosse da fare è quattro e si può ottenere questo risultato con diverse soluzioni. Ad esempio, una consiste nello spostare i bastoncini 1, 5, 9 e 12 per collegare poi le biglie A con M, C con F, B con I e infine B con G, e ottenere la soluzione mostrata in figura. Per essere sicuri che non ci siano soluzioni migliori che utilizzino tre mosse, o meno, bisogna verificare che, per spezzare la composizione di partenza in tre gruppi separati con quattro biglie ciascuno, bisogna comunque rimuovere quattro bastoncini.



Soluzione per la categoria "Biennio". Il numero minimo di mosse da fare è quattro e si può ottenere questo risultato con diverse soluzioni. Ad esempio, una consiste nello spostare i bastoncini 2, 5, 8 e 9, per collegare poi le biglie A con G, A con H, B con D e infine M con N, per ottenere la soluzione mostrata in figura. Per convincerci che non vi siano soluzioni migliori che utilizzino tre mosse o meno, si può osservare che, per formare tre quadrati, ogni biglia deve essere collegata ad esattamente due bastoncini; ma nella composizione iniziale ci sono sette biglie collegate a un solo bastoncino (A, B, D, G, H, M, N), e nel migliore dei casi bisogna spostare almeno quattro bastoncini per fare in modo che ciascuna di queste sia collegata a due bastoncini.

Anche questa è informatica! Anche questo quesito fa riferimento a ciò che nel gergo informatico è chiamato *grafo* (vedi quesito "Gioco della ripetizione" a pag 38); in particolare, nella costruzione del Geomag, i *nodi* sono

le biglie e gli *archi* sono i bastoncini. Il problema proposto prende il nome di *editing* (che in italiano potremmo tradurre come *trasformazione*) *di grafi*: vogliamo trasformare un grafo in un altro attraverso l'inserimento e la cancellazione di archi.



Applicazioni di questo problema si trovano in Intelligenza Artificiale ed Elaborazione di Immagini laddove si rappresentano le informazioni attraverso grafi e si utilizza l'editing di grafi per capire la diversità, ma soprattutto l'uguaglianza, tra una rappresentazione ed un'altra. Ad esempio possiamo rappresentare un'immagine attraverso un grafo che esegue una sintesi del suo contenuto, e quindi misurare la distanza tra due immagini confrontando tra loro i due grafi relativi. Questo approccio viene utilizzato anche per il riconoscimento di volti, oggetti e caratteri manoscritti e per il confronto di loghi aziendali ed è tutt'ora un attivo ambito di ricerca.

Approfondimenti. Nonostante sia facile ottenere una qualche soluzione andando per tentativi, in generale è molto difficile essere sicuri di aver trovato una soluzione che usi il minimo numero di spostamenti. In questo caso sono bastate semplici osservazioni perché i grafi sono di piccole dimensioni, ma per grafi piú grandi non si conoscono metodi efficienti; si tratta infatti di un problema NP-arduo (come quello citato nel quesito "Gioco della ripetizione"). Nelle applicazioni pratiche si ricorre ad algoritmi *euristici* che funzionano in maniera soddisfacente su un ampio insieme di dati sperimentali.

Parole chiave: grafi, editing di grafi, algoritmi euristici.

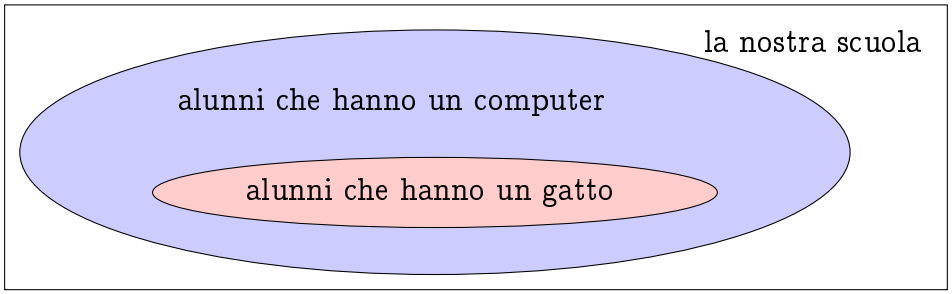
Soluzione del quesito "Gatti e computer"

Soluzione per la categoria "Medie".

- Nella nostra scuola, chi possiede un computer ha anche un gatto. POSSIBILE.
- Nella nostra scuola, chi non ha un computer non ha neppure un gatto. VERO.
- Nella nostra scuola, ci sono studenti che non hanno né gatti né computer. POSSIBILE
- Nella nostra scuola, chi ha due gatti e un cane possiede anche un computer. VERO.
- Nella nostra scuola, c'è uno studente che ha tre gatti, un cane e nessun computer. FALSO.

Soluzione per la categoria "Biennio". Riportiamo solo le soluzioni relative alle affermazioni non proposte nella categoria "Medie".

- Nella nostra scuola, tutti gli studenti hanno un gatto e un computer. POSSIBILE.
- Nella nostra scuola, c'è uno studente che ha tre computer, un cane e nessun altro animale. POSSIBILE.



Per ragionare sulle affermazioni proposte possiamo utilizzare il diagramma di Venn in figura. Il diagramma rappresenta l'affermazione "Nella nostra scuola, chi ha un gatto possiede anche un computer": l'universo è la "nostra scuola", e i due insiemi rappresentano rispettivamente gli alunni che possiedono un computer e quelli che hanno un gatto. Chi sta nell'ovale piú interno ha un gatto e un computer; chi sta dentro l'ovale esterno, ma non in quello interno, ha un computer ma non ha gatti; infine, chi sta fuori dall'ovale esterno non ha né computer né

gatti. Nulla vieta che in qualcuna di queste tre "zone" possa non esserci nessuno: da ciò si capisce che si possono presentare diversi scenari (o *mondi possibili*), sempre nel rispetto dell'affermazione iniziale.

Analizziamo ora le singole affermazioni. La prima è possibile perché, come si può notare nel diagramma, ci possono essere alunni che hanno un computer ma non un gatto, ma è possibile che nella scuola l'insieme "alunni che hanno un gatto" coincida con l'insieme "alunni che hanno un computer" (ciò vuol dire che nella zona intermedia non c'è nessuno), e allora chi possiede un computer ha anche un gatto. Non c'è modo invece di posizionare nel diagramma un alunno che non abbia un computer, ma abbia un gatto, e quindi la seconda affermazione è vera. Con un ragionamento simile si può vedere che l'insieme "alunni che hanno un computer" può coincidere con l'insieme universo oppure no; quindi la terza affermazione, "Nella nostra scuola, ci sono studenti che non hanno né gatti né computer", è possibile. La quarta affermazione è vera, in quanto la presenza del cane è irrilevante, e cosí pure il fatto che uno studente abbia due gatti piuttosto che uno; inoltre chi ha (almeno) un gatto sta nell'ovale interno, e quindi deve avere anche un computer. In modo analogo si può ragionare sulle altre affermazioni proposte.

Anche questa è informatica! La logica è utilizzata in molti ambiti dell'informatica. Per fare solo un esempio, già dagli anni '60 è stato pensato e sviluppato un paradigma di programmazione detto *logico*: uno degli scopi consiste nel *dimostrare* il risultato da ottenere a partire da certi *fatti* e *regole*, attraverso *deduzioni*. Il capostipite dei linguaggi ispirati da questo paradigma è il PROLOG (acronimo di *PROgrammation en LOGique*), ideato presso l'Università di Marsiglia nei primi anni '70, e utilizzato soprattutto, ma non solo, in intelligenza artificiale.

Approfondimenti. È facile confondersi quando si cerca di stabilire se un'affermazione ne contraddice un'altra, oppure afferma un'eventualità possibile, ma non necessariamente vera, oppure viceversa se il fatto asserito è una conseguenza certa dell'affermazione iniziale. Nel quesito proposto siamo partiti da un enunciato ben posto. Ciascuno degli enunciati con risposta VERO è conseguenza logica di quello iniziale: è vero in tutti i mondi in cui è vero quello iniziale. Ciascuno degli enunciati con risposta FALSO non è coerente con quello iniziale, cioè

lo contraddice: non esiste alcun mondo in cui siano entrambi veri. Infine, ciascuno degli enunciati con risposta POSSIBILE è sí coerente con quello iniziale, ma si può anche concepire un mondo in cui è falso mentre quello iniziale rimane vero. Aggiungiamo ancora un'importante osservazione su uno degli enunciati con risposta VERO. La proposizione "Nella nostra scuola, chi non ha un computer non ha neppure un gatto" è la *contronominale* dell'affermazione iniziale, e quindi è ad essa logicamente equivalente. Dire che A (avere un gatto) implica B (avere un computer) *equivale* a dire che non-B (non avere un computer) implica non-A (non avere un gatto): il significato delle due proposizioni è esattamente lo stesso!

In questa sezione proponiamo anche un semplice esempio per capire da che cosa può essere costituito un *programma* in PROLOG. Diamo due *regole*: la prima afferma che se X è genitore di Y, allora X è antenato di Y; la seconda (ricorsiva!) afferma che se X è genitore di Y e Y è antenato di Z, allora anche X è antenato di Z. (I matematici dicono che la relazione antenato esprime la *chiusura transitiva* della relazione genitore.) Se poi aggiungiamo alcuni *fatti*, ad esempio: Aldo è genitore di Bruno, Bruno è genitore di Carlo, Carlo è genitore di Dario (limitandoci a un solo ramo di un albero genealogico), il sistema PROLOG sarà in grado di dedurre facilmente altri fatti: ad esempio, che Aldo è antenato di Dario...

Se è dotato di una opportuna *procedura*, un sistema di deduzione automatica potrà costruire una *dimostrazione* per qualsiasi enunciato che sia *conseguenza logica dei fatti e delle regole* di partenza (vale a dire: qualsiasi enunciato che sia *vero* in tutti i mondi in cui valgono le proprietà espresse da tali fatti e regole). Purtroppo, le procedure di deduzione piú semplici da realizzare e veloci, ad esempio quelle che costituiscono il "cuore" di un sistema PROLOG, non riescono a far questo: cioè non riescono a dimostrare certe conseguenze logiche dei fatti e delle regole di partenza. Inoltre, nei sistemi PROLOG, le cose si complicano assai quando si devono esprimere o dedurre informazioni "negative": ad esempio, chi *non* è antenato di Carlo?

Parole chiave: logica, conseguenza logica, enunciati contraddittorî, enunciati coerenti, programmazione logica, sistema di deduzione, Prolog.

Soluzione del quesito “Cronologia”

Soluzione.

1966 Joseph Weizenbaum scrive *ELIZA*, un programma per computer che fa la parodia di uno psicoterapeuta, dando l’impressione, almeno all’inizio, di interloquire con una persona.

1968 Donald E. Knuth pubblica il primo volume di *The art of computer programming*, uno dei libri piú importanti e maggiormente citati nel campo dell’informatica.

1976 Facendo un ricorso estensivo al computer, viene dimostrato il *teorema dei quattro colori*.

1982 Viene presentato il *Commodore 64*, che risulterà il computer piú venduto al mondo.

1985 Leslie Lamport crea *LaTeX*, un linguaggio di markup usato per la preparazione di testi basato sul programma di composizione tipografica *TeX*.

1991 Nasce il *World Wide Web*, con la pubblicazione del primo sito web ad opera di Tim Berners-Lee.

1997 Per la prima volta un campione mondiale di scacchi, il grande maestro Garry Kasparov, viene battuto da un computer, *Deep Blue*.

2000 Grande allarme per il *Millennium bug*.

2004 Nasce *Facebook*, un social network che guadagnerà in pochi anni un successo planetario.

2006 *Nintendo* mette in commercio *Wii*, una *console* per videogiochi di grande successo.

2007 Steve Jobs, fondatore della Apple, presenta l’*iPhone*.

2009 Nasce il *Kangourou dell’Informatica*!

Le date possono essere scoperte con opportune ricerche in rete. Meglio fare qualche controllo incrociato, però: le fonti di seconda mano, come Wikipedia, a volte riportano dati sbagliati!

Anche questa è informatica! La storia dell'informatica degli ultimi cinquant'anni è spumeggiante: gli eventi che ne hanno cambiato significativamente il corso si contano a decine e mostrano le molteplici sfaccettature della disciplina.

Approfondimenti. Fra le cose che vale la pena ricordare per comprendere lo sviluppo delle idee informatiche ci sono importanti risultati teorici come i tentativi di emulare la conversazione umana (ELIZA e la sua parodia della cosiddetta "psicoterapia non direttiva", in cui il terapeuta non deve influenzare il paziente) o quelli raccolti nel libro di Knuth, ma anche programmi di grande diffusione che hanno rivoluzionato il modo di lavorare in domini specialistici: la tipografia nel caso di LaTeX (che guarda caso — oltre ad essere lo strumento col quale è stato composto il libretto che state leggendo — non è che un'evoluzione di TeX, programma scritto dallo stesso Knuth[2]).

Ma l'impatto dell'informatica non si ferma qui: l'uso del calcolatore ha rivoluzionato la stessa matematica, per la quale ha dovuto essere rivisto il concetto di dimostrazione, come mostrano alcune dimostrazioni ottenibili solo grazie alla forza bruta di calcolo: il teorema dei quattro colori (del quale si può trovare una descrizione nelle soluzioni del Kangourou dell'Informatica 2010) è una di queste. La verifica di correttezza si sposta cosí sul programma eseguito dal computer, verosimilmente piú compatto e comprensibile della dimostrazione che genera; naturalmente, però, ciò obbliga a tener conto anche di possibili errori nel funzionamento del computer stesso!

I computer *personali*, come il Commodore 64, hanno permesso a chiunque di avere un potente mezzo di calcolo sulla propria scrivania a prezzi contenuti. La diffusione continua ad avanzare e oggigiorno abbiamo dispositivi ancora piú potenti un po' dappertutto: nei telefoni (come l'iPhone, ma anche i modelli che apparentemente possono soltanto... telefonare, contengono in realtà processori programmabili, almeno dal produttore), nelle lavatrici, nelle automobili... Ma il Commodore 64 è davvero speciale: rimasto in vendita per ben 12 anni, può vantare il maggior numero di pezzi venduti come computer *generalista*. I computer sono sempre piú spesso anche i nostri compagni

[2] L'ultima lettera di TeX e LaTeX è una χ maiuscola (Chi, 22ª lettera dell'alfabeto greco), pertanto la sillaba che la contiene viene normalmente pronunciata come la prima sillaba della parola 'tecnica'.

di gioco: capaci di battere il campione del mondo di scacchi (qualcuno ritiene che per questo motivo il gioco non sia piú interessante, cosí ha inventato una versione delle regole in cui l'intelligenza umana sembra — per il momento — avvantaggiata: `http://arimaa.com/arimaa/`) ma anche di impegnarci in attività semi-sportive e di gruppo, come nel caso della Wii e di altre *console* simili.

Chissà se Internet sarebbe mai diventata cosí parte integrante delle nostre attività di studio, di gioco, di informazione senza la possibilità di saltellare facilmente da un documento multimediale all'altro introdotta da Tim Berners-Lee. Ormai la struttura ipertestuale in cui si *naviga* avidi di conoscenza ("e volta nostra poppa nel mattino, de' remi facemmo ali al folle volo" direbbe il Poeta...) è la metafora prevalente e la applichiamo volentieri perfino alle nostre relazioni sociali (come in Facebook).

La pervasività dell'informatica comporta anche dei rischi, come ha ben mostrato la vicenda del *Millennium bug*: una semplificazione un po' azzardata nella memorizzazione delle date (in molti programmi venivano conservate solo le ultime due cifre dell'anno, rendendo il 2000 indistinguibile dal 1900; è appena il caso di notare che il primo è un anno bisestile mentre il secondo no) che ha avuto conseguenze piuttosto imprevedibili. Forse, se quegli incauti programmatori avessero partecipato al Kangourou dell'Informatica, avremmo avuto sistemi realizzati con maggiore attenzione!

Parole chiave: ELIZA, TAOCP, teorema dei quattro colori, Commodore 64, LaTeX, IBM Deep Blue, World Wide Web, Millennium bug, Facebook, Nintendo Wii, Apple iPhone, Kangourou dell'Informatica.

Soluzione del quesito "Il labirinto di Kangouria"

Soluzione per la categoria "Medie". Bisogna imboccare, in ordine, le seguenti porte: S - S - S - D - S - D, dove S sta per sinistra e D sta per destra. Il modo piú semplice per trovare la soluzione è . . . partire dal fondo, ossia supporre il problema risolto e procedere a ritroso. Sapendo che si deve arrivare alla stanza 69, possiamo partire da questa, andare indietro e ricostruire poi il percorso in avanti. Da quale stanza si arriva alla 69? Dalla 34 (il numero pari alla metà di 69, troncata), e alla 34 si arriva dalla 17, e cosí via. Si costruisce cosí la giusta sequenza di stanze da attraversare: 1 - 2 - 4 - 8 - 17 - 34 - 69. Ricordando che il raddoppio esatto corrisponde ad andare a sinistra mentre il raddoppio piú 1 corrisponde ad andare a destra, si ha la soluzione.

Soluzione per la categoria "Biennio". Bisogna imboccare, in ordine, le seguenti porte: S - S - S - S - D - S - S - S - D - S - S - D, dove S sta per sinistra e D sta per destra. Il modo piú semplice per trovare la soluzione è . . . partire dal fondo, ossia supporre il problema risolto e procedere a ritroso. Sapendo che si deve arrivare alla stanza 17, possiamo partire da questa, andare indietro e ricostruire poi il percorso in avanti. Da quale stanza si arriva alla 17? Soltanto dalla 52, perché $(52 - 1)/3 = 17$, e 17 è un numero dispari. In generale, si arriva a una stanza n con n dispari soltanto dalla stanza $3n + 1$, mentre si arriva a una stanza n con n pari soltanto dalla stanza $n/2$. In conclusione, il percorso a ritroso risulta 17 - 52 - 26 - 13 - 40 - 20 - 10 - 5 - 16 - 8 - 4 - 2 - 1, e quindi, partendo dalla stanza 1 e ricordando che il raddoppio corrisponde ad andare a sinistra mentre togliere uno e dividere poi per tre – quando è possibile – corrisponde ad andare a destra, si trova la soluzione.

Notiamo che dalla stanza 4 si può tornare alla 1 passando per la porta di destra: ma se si ritorna sui propri passi . . . si finisce in bocca ai mostri! Questo, in effetti, è l'unico *ciclo* possibile nel breve percorso del nostro labirinto: dobbiamo soltanto sperare che, una volta giunti sani e salvi alla stanza del tesoro, ne potremo uscire in virtú di qualche magia!

Anche questa è informatica! Un'importante branca dell'informatica è lo studio di tecniche per la soluzione di problemi. Uno stesso problema può sembrare piú o meno complesso a seconda dell'approccio con cui si cerca di risolverlo. In questo caso partire dal fondo invece che dall'inizio semplifica considerevolmente il compito.

Si noti inoltre che la mappa dei collegamenti tra le stanze del labirinto può essere rappresentata tramite un *grafo*, una struttura di dati molto importante in informatica, di cui abbiamo già parlato in questo libretto (vedi quesito "Il gioco della ripetizione" a pag 38). Il labirinto del quesito per le medie è un particolare tipo di grafo detto *albero*.

Approfondimenti. Un'altra tecnica per la soluzione di questo problema (se non fosse per la presenza dei mostri!) è quella del *backtracking* (in italiano, ritornare sui propri passi), tecnica che consente di trovare una soluzione per tentativi quando a ogni passo sono possibili diverse mosse, e in generale applicabile per trovare soluzioni a problemi in cui devono essere soddisfatti dei vincoli. Il backtracking prevede che ad ogni passo si scelga una delle operazioni possibili per quel passo e la si esegua, facendo crescere la soluzione parziale di un elemento alla volta. Se la sequenza di operazioni eseguite non porta ad una soluzione, si torna indietro e si prova l'operazione piú vicina non ancora scelta, procedendo e retrocedendo cosí fino ad arrivare eventualmente a una soluzione.

Il backtracking si presta particolarmente all'esplorazione di strutture ad albero o a grafo, pur di tenere traccia di tutti i nodi visitati in precedenza; in questo modo, nel caso in cui la ricerca lungo il ramo attuale non abbia successo, si può tornare indietro al piú vicino nodo dal quale si dipartiva un cammino ancora inesplorato. Un importante campo di applicazione è quello dei giochi, come gli scacchi – dove però non si possono esplorare fino in fondo le possibilità offerte da una partita! Di questi aspetti avevamo parlato lo scorso anno, a proposito del gioco del tris e di un gioco con le pedine della dama.

Il quesito, nella versione per la categoria Biennio, si ispira al famigerato problema "$3x + 1$" o *problema di Collatz*: partendo da un valore intero positivo qualsiasi x e passando a $3x + 1$ se x è dispari o dimezzando x se invece è pari, si arriverà sempre al valore 1? Nessuno lo sa: non è stato ancora dimostrato che questo sia vero per *tutti* gli interi positivi! Tra le molte pagine in rete dedicate all'argomento possiamo segnalare la voce della Wikipedia `http://en.wikipedia.org/wiki/Collatz_conjecture` (molto piú ricca di quella italiana) e l'aggiornatissima `http://www.ericr.nl/wondrous/index.html`.

Parole chiave: problema di Collatz, tecniche per la soluzione di problemi, *backtracking*.

Soluzione del quesito "I cavalieri della Tavola Rotonda"

Soluzione. Le risposte corrette sono le seguenti.

- I cavalieri partono nell'ordine 2 - 4 - 6 - 8 - 10 - 12 - 3 - 7 - 11 - 5. Infatti, se disponiamo in ordine i cavalieri e sottolineiamo quelli che partono via via, avremo 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12: restano 1 3 5 7 9 11; poi parte ancora 5: restano 1 e 9, ma ora dovrebbe partire 1, che è Re Artú, e quindi ci si arresta.

- Eliminando il primo 1, il primo 2, ecc, si ottiene la sequenza 1 - 1 - 2 - 1 - 3 - 2 - 4 - 1 - 5 - 3, che va continuata con 6 - 2 - 7. Infatti i primi elementi della sequenza sono proprio gli stessi della sequenza originale e, in effetti, si può dimostrare che la sequenza proseguirà identica a quella data!

- Quando gli uomini sono inizialmente 2011, ne restano al castello 1006. Infatti, se si esamina la sequenza, si può notare che quando il numero N di uomini è *dispari* ne restano a Camelot $(N+1)/2$.

- Quando gli uomini sono inizialmente 240, ne restano al castello 8. Infatti, esaminando la sequenza, si vede che quando N è *pari* il numero di uomini rimasti è lo stesso di quando sono inizialmente la metà, ossia $N/2$. Pertanto quando gli uomini sono inizialmente 240 ne restano esattamente tanti quanti ne resterebbero se inizialmente fossero 120 o 60 o 30 o 15: il valore per N uguale a 15 è quello nella tabella, cioè 8. Quest'ultimo valore si può anche calcolare direttamente, usando la regola per i numeri dispari vista sopra.

Anche questa è informatica! Le *successioni* (ovvero sequenze infinite) di numeri, in particolare interi, hanno sempre affascinato alcuni matematici – basti pensare alla successione dei numeri *primi*. Con l'avvento degli elaboratori è stato però possibile indagare molto piú a fondo tali successioni e scoprirne di nuove ugualmente interessanti. Le grandi quantità di dati necessarie per queste indagini e anche per conservare i risultati ottenuti hanno potuto essere gestite solo grazie alle ampie memorie degli elaboratori e alle tecniche di gestione delle cosiddette *basi di dati*.

Approfondimenti. La successione degli uomini che restano a Camelot, usata nel quesito, è un esempio di successione *autosimile* poiché riproduce sé stessa quando si elimina la prima occorrenza di ciascun numero, o equivalentemente quando si eliminano le occorrenze di posizione dispari. Notate che la stessa successione si ottiene anche quando si eliminano le prime n occorrenze di ciascun numero per un n fissato arbitrariamente.

L'autosimilarità è una caratteristica propria anche dei *frattali*, strutture geometriche che contengono al loro interno strutture simili a diverse scale di grandezza. I frattali si ritrovano anche in natura, l'esempio tipico è dato dal cavolfiore.

Esistono numerose successioni autosimili, studiate per esempio nell'articolo di Clark Kimberling "Numeration systems and fractal sequences", *Acta Arithmetica* **73**.2 (1995), 103-117. Esiste anche un'enciclopedia online, continuamente aggiornata, di successioni composte da numeri interi: attualmente contiene oltre 180.000 successioni (`http://www.oeis.org`); la successione di Re Artú è identificata dal codice A003602.

Parole chiave: successioni di numeri interi, successioni autosimili, frattali.

Soluzione del quesito "Comunità online"

Soluzione. Una *online community*, in italiano *comunità in rete*, è un insieme di persone che si relazionano attraverso una rete telematica, poiché condividono l'interesse per qualcosa, o hanno un approccio comune su come intendere le relazioni. Nella mappa sono rappresentate alcune comunità molto popolari; per associare correttamente le risposte, è necessario individuare l'elemento che accomuna i loro membri.

- In GIALLO è la Costa del gioco: *Farmville* e *Happy farm* sono giochi ai quali è possibile partecipare online, attraverso un qualunque *browser*; entrambi simulano la vita di un'azienda agricola. Il primo è disponibile su *Facebook*; il secondo, molto diffuso nei paesi asiatici, è uno dei cosiddetti MMOG (*Massively Multiplayer Online Game*), ovvero è un videogioco in cui possono giocare contemporaneamente migliaia di giocatori.
- In BLU è l'Arcipelago delle opinioni: i membri delle comunità nell'arcipelago sono *blogger*, cioè persone che pubblicano piú o meno periodicamente pensieri e riflessioni su un sito Internet chiamato *blog*, termine che deriva dalla contrazione dell'espressione *web log* (letteralmente, *diario in rete*). I blogger spesso si leggono e citano fra di loro, in questo senso si può dire che si raggruppano in comunità online.
- In ROSSO è lo Stretto dei messaggi: sulle due coste troviamo *Twitter* e *Skype*; si tratta in entrambi i casi di servizi offerti su Internet che consentono di scambiarsi comunicazioni. Nel caso di *Skype*, il servizio consente principalmente di effettuare chiamate vocali (simili a quelle telefoniche). *Twitter* invece è un sito web che offre ai suoi utenti la possibilità di pubblicare e condividere brevi messaggi di testo, chiamati *tweet* (in italiano *cinguettio*), che possono essere inviati e letti anche come SMS da un telefono cellulare.
- In VERDE è il Grande firewall cinese: la sigla *QQ* identifica il programma di *instant messaging* piú popolare in Cina. Sostanzialmente il programma consente di scambiarsi *messaggi al volo*, scrivendoli all'interno di una cosiddetta *chat* (traducibile con *chiacchierata*). Con la parola *firewall*, che si può tradurre letteralmente come *muro tagliafuoco*, si intende in informatica un apparato che serve a difendere una rete di computer, filtrando o monitorando i *pacchetti di dati* che entrano ed escono dalla rete stessa. Il gioco di parole, che

richiama la Grande Muraglia Cinese, si riferisce al fatto che il governo cinese ha attuato delle politiche molto restrittive che limitano l'utilizzo di Internet e ne controllano gli utenti, arrivando a censurare parecchi siti che risiedono in paesi stranieri.

- In ROSA è l'Arcipelago multimediale: ne fanno parte ad esempio *Youtube* e *Flickr*, siti che raccolgono grandi collezioni di, rispettivamente, video e fotografie, amatoriali e non.

Anche questa è informatica! La diffusione dei computer e soprattutto della connessione a Internet ha consentito la nascita e lo sviluppo di comunità di persone con interessi comuni, a volte abitanti nei luoghi piú disparati del pianeta. All'interno di queste comunità, le persone possono interagire attivamente discutendo, producendo contenuti, partecipando, secondo un modello molto diverso da quello dei *media* tradizionali, come la televisione o i giornali stampati, in cui c'è una netta distinzione tra chi propone i contenuti e il pubblico.

Approfondimenti. La mappa proposta nel quesito è tratta da `http://xkcd.com/802/`. Lo slogan del sito di `xkcd` è "a webcomic of romance, sarcasm, math, and language"; il sito – che ha un grande seguito di appassionati, tra cui noi! – raccoglie infatti numerose vignette e strisce a fumetti su temi informatici, matematici e non solo. Tutte le vignette sono rilasciate con una licenza *Creative Commons*, che in questo caso consente a chiunque di copiare, distribuire, trasmettere e adattare le opere pubblicate nel sito, a patto di attribuirle all'autore, Randall Munroe, e di non usarle per scopi commerciali.

La mappa originale è molto piú ricca di quella riportata qui, include anche degli ingrandimenti e situa le comunità online nel panorama globale delle comunicazioni mostrando come la quantità delle interazioni all'interno delle reti sociali sia molto piú piccola di quella che riguarda le comunicazioni tramite *email* o SMS; non bisogna poi dimenticare le comunicazioni che avvengono attraverso la lingua parlata.

Nel disegno originale sono indicati anche i metodi e le fonti con cui la mappa è stata costruita, che comprendono motori di ricerca come *Google* e *Bing*, siti come *wikipedia*, *wordpress* o *last.fm*, informazioni statistiche sulle pagine web, comunicati stampa e articoli di giornale.

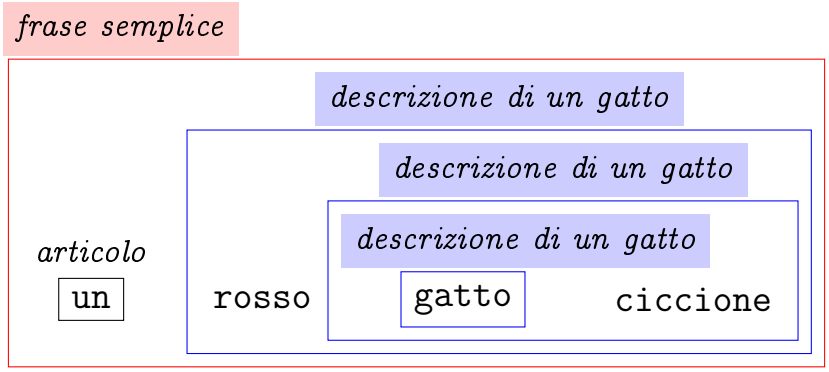
Parole chiave: Comunità in rete, blog, instant messaging, firewall, creative commons.

Soluzione del quesito "Parola d'ordine"

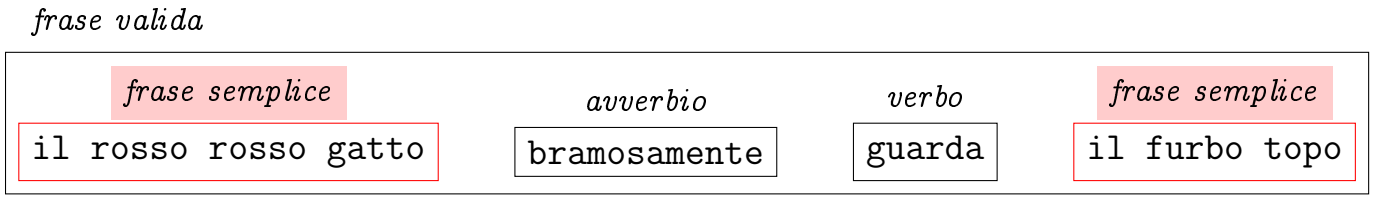
Soluzione. Sono considerate valide quelle frasi (cioè liste di parole) che hanno una struttura che rispetta le regole concordate dal gruppo di amici:

- `un rosso gatto ciccione` è valida;
- `il gatto rosso` non è valida;
- `il gatto ciccione mangia un topo bianco` non è valida;
- `il topo furbo improvvisamente vede il gatto rosso` non è valida;
- `il rosso rosso gatto bramosamente guarda il furbo topo` è valida.

La frase `un rosso gatto ciccione` è valida in quanto si può scomporre come in figura. Si tratta di una frase semplice, cioè composta da un articolo (`un`) seguito dalla descrizione di un gatto (`rosso gatto ciccione`), a sua volta composta dalla parola `rosso` seguita dalla descrizione di un gatto (`gatto ciccione`), a sua volta composta da...

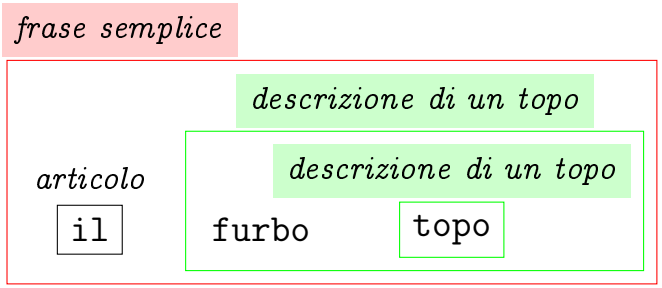


Analogamente, la frase `il rosso rosso gatto bramosamente guarda il furbo topo` è valida perché si può scomporre come in figura.



In questo caso abbiamo una frase valida, composta da una frase semplice (`il rosso rosso gatto`) seguita da un avverbio (`bramosamente`), da un verbo (`guarda`) e da una frase semplice (`il furbo topo`).

Il primo blocco (`il rosso rosso gatto`) costituisce una frase semplice come si può verificare ragionando come sopra – notate che, in base alle regole decise dai ragazzi, non è scorretto ripetere un aggettivo. L'ultimo blocco (`il furbo topo`) è una frase semplice poiché è composta da un articolo (`il`) seguito dalla descrizione di un topo (`furbo topo`), a sua volta composta dalla parola `furbo` seguita dalla descrizione di un topo (data a sua volta semplicemente dalla parola `topo`).



Tutte le altre frasi non sono valide in quanto non è possibile scomporle rispettando le regole: `il gatto rosso` non è valida poiché la parola `rosso` segue invece di precedere la descrizione di un gatto; lo stesso vale per la frase `il topo furbo improvvisamente vede il gatto rosso`; invece `il gatto ciccione mangia un topo bianco` non è valida perché manca l'avverbio.

Anche questa è informatica! Le regole che i ragazzi hanno stabilito per le loro *frasi valide* costituiscono, in gergo informatico, una *grammatica formale*. Le grammatiche sono alla base dei linguaggi di programmazione in quanto spesso sono usate per specificare come il computer deve interpretare i comandi di un programmatore. Spesso i programmatori si arrovellano di fronte ad un programma che sembra essere scritto correttamente, ma che

il computer rifiuta di capire; d'altra parte basta sbagliare la posizione di un simbolo per non rispettare una regola e quindi produrre un programma che non verrà accettato (in gergo di solito si dice *compilato*) dal computer.

Approfondimenti. Le grammatiche, intese come strumenti formali per descrivere e generare insiemi di frasi valide, furono proposte a partire dagli anni '50 da Noam Chomsky, per studiare in realtà il *linguaggio naturale*, ovvero quello parlato tutti i giorni, come l'italiano o l'inglese. L'uomo è capace di interpretare e produrre un numero illimitato di frasi – comprese quelle dei romanzi – a partire da un insieme limitato di parole (quelle del vocabolario) e di regole o convenzioni sintattiche; i bambini apprendono la propria lingua madre in modo induttivo, prima di andare a scuola e studiarne le regole. Secondo Chomsky, questa capacità umana è dovuta ad un *meccanismo innato di acquisizione del linguaggio* di cui sarebbero dotati gli umani. La sua idea era che questo meccanismo potesse essere formalizzato attraverso una sorta di *grammatica universale*, in grado di descrivere formalmente quali frasi sono corrette *sintatticamente*, ovvero nella loro forma, o struttura.

Questo approccio era parso promettente anche rispetto all'obiettivo di automatizzare processi quali la correzione e la traduzione di testi. Ma nella pratica le grammatiche formali spesso risultano essere poco *espressive*; in altri termini una grammatica formale completa per una lingua come l'italiano richiederebbe cosí tante regole da risultare sostanzialmente ingestibile; ad esempio, ogni eccezione alle regole generali (e le eccezioni sono tantissime, pensate alle declinazioni dei verbi irregolari!) dovrebbe essere descritta da una qualche regola speciale. Inoltre i linguaggi naturali presentano una caratteristica difficile da gestire in modo automatico, ovvero dipendono dal contesto: certe frasi sono di per sé *ambigue*, in quanto ammettono diverse scomposizioni secondo l'analisi logica (un esempio famoso è "una vecchia porta la sbarra") e quindi il loro significato dipende da ciò che si è detto prima o che si dirà dopo!

Le grammatiche formali si sono rivelate tuttavia un utilissimo strumento in ambito informatico, ad esempio per descrivere linguaggi di programmazione o dati strutturati (come nei file HTML o XML) i quali, benché appaiano a prima vista come artificiosi e oscuri, sono in realtà molto piú semplici del linguaggio naturale e non ambigui!

Parole chiave: linguaggi, grammatiche, linguaggio naturale, ambiguità.